УДК 543.92-36-46

## ДИФФУЗИОННАЯ ЭВОЛЮЦИЯ ХИМИЧЕСКОГО СОСТАВА В СОЛНЕЧНОЙ МОДЕЛИ

### © 2006 г. В. А. Батурин, А. Б. Горшков, С. В. Аюков

Государственный астрономический институт им. П.К. Штернберга, Москва, Россия Поступила в редакцию 20.06.2006 г.; принята в печать 07.07.2006 г.

Рассматриваются основные физические механизмы, которые ведут к дифференциальному микроскопическому перераспределению вещества в звезде, обобщенно называемому диффузией. Основное проявление диффузии в недрах Солнца состоит в разделении тяжелых и легких компонент в поле силы тяжести. В результате оболочка Солнца обедняется гелием и тяжелыми элементами, и обогащается водородом. Представлены оценки величины осаждения, рассчитанные на основе последовательности эволюционных моделей в результате численного решения обобщенного уравнения диффузии. Детально изучено влияние заряда ионов (в приближении полной ионизации) на скорость осаждения. Изменения содержания элементов приводятся как для центральных значений, так и для содержаний в конвективной оболочке современного Солнца. Анализируется вклад термодиффузии и концентрационной диффузии в эволюцию профиля химического состава. Вклад термодиффузии не слишком велик по величине, однако ведет к появлению новых особенностей на профиле содержания водорода — точки разрыва в основании конвективной зоны. Влияние концентрационной диффузии а также около основания конвективной зоны. Рассмотренные механизмы являются необходимой составляющей современной модели внутреннего строения и эволюции Солнца.

PACS numbers: 96.60.Jw, 68.43.Jk

### 1. ВВЕДЕНИЕ

Представления о диффузии в газах обычно основываются на переводе латинского слова diffusio — "растекание, рассеивание", которое происходит в процессе случайного молекулярного блуждания частиц. Однако выравнивание концентрации происходит только в однофазной системе при постоянной температуре и отсутствии внешних сил. В звездах нарушаются все перечисленные условия, и влияние диффузии на химический состав имеет более сложный характер.

Вещество в звездах находится в поле силы тяжести и температурном поле с сильным градиентом. В этом случае равновесное распределение, к которому ведет диффузия, не является однородным. Для однофазной системы (т.е. состоящей из частиц одного сорта) найти равновесное распределение несложно, например, из принципа равновесия потоков, когда поток частиц из точки А в точку В, разнесенные на длину свободного пробега, в точности равен обратному потоку. Однако в звездах мы имеем дело со смесью частиц, так что гидростатическое равновесие для смеси не означает равновесия для каждой компоненты. В нашей статье под диффузионными процессами мы будем понимать именно процессы относительного перераспределения компонент смеси. Процессы диффузии в звездах протекают весьма медленно, значительно медленнее гидродинамических процессов и процессов теплопереноса. Это позволяет считать, что распределение в пространстве импульсов близко к равновесному (максвелловскому), и искать решение в виде малых поправок. Следствием малости отклонений является возможность описания термодинамических проявлений диффузии в рамках линейной неравновесной термодинамики [1]. Речь идет о законах пропорциональности диффузионного потока соответствующей обобщенной силе (закон Фика) и о вычислении тепловых эффектов диффузии по принципу Онсагера.

Для описания диффузии в смеси заряженных частиц наиболее подходящей оказалась модель, развитая в книге Бюргерса [2], относительно мало известной в отечественной литературе по физической кинетике. В этой модели каждая компонента смеси рассматривается как своеобразный "поток". Столкновения частиц одного сорта ведут к установлению описанного выше однофазного равновесия, что выражается балансом сил и градиента парциального давления в полной аналогии с уравнениями гидростатики. Столкновения частиц разного сорта учитываются как силы трения между соответствующими потоками так, чтобы поток импульса компенсировал отсутствие равновесия для каждой компоненты. Результатом решения является установившаяся скорость движения одной компоненты относительно другой.

В такой модели диффузия происходит только в смеси частиц. Количество компонент даже в простой плазме звезд не менее трех (протоны,  $\alpha$ -частицы и электроны), и модель легко обобщается и на более сложные случаи, с учетом взаимного влияния потоков, включая тяжелые компоненты смеси. Наконец, в уравнениях Бюргерса постулируется сохранение импульса, т.е. диффузионные потоки не могут вести к перемещению центра масс.

В статье в разделах 2 и 3 мы представляем количественную модель диффузии и основные уравнения для потоков. В разделе 4 обсуждается термодиффузия. Далее приводится эволюционное уравнение, используемое в расчетах, и особенности его применения к модели Солнца. Результаты расчетов приведены в разделах 8, 9 и 10. Раздел 11 описывает специфику эволюции тяжелых элементов. Раздел 12 содержит основные выводы.

### 2. КОЛИЧЕСТВЕННОЕ ОПИСАНИЕ ДИФФУЗИОННЫХ ПРОЦЕССОВ

Под процессами диффузии будем понимать микроскопическое перераспределение компонент смеси, возникающее из-за отклонений от термодинамического равновесия в системе. Термодинамическое равновесие в точке определяется с помощью функции плотности числа частиц в фазовом пространстве в точке r со скоростью **v**, т.е.  $f(r, \mathbf{v})$ . Предполагается, что существует предельная (стационарная) функция, к которой стремится система в "простом" случае, причем ее распределение по импульсам является максвелловским. Системы отклоняются от равновесного распределения в целом, главным образом, из-за зависимости f от координаты r.

Простейшим примером диффузии является выравнивание концентрации частиц в изначально пространственно неоднородной системе. Такие потоки частиц будем называть концентрационной диффузией. В общем случае к диффузии относят и более сложные процессы перераспределения, например бародиффузию и термодиффузию. Процессы такого рода являются дифференциальными по своей природе (в отличие от концентрационной диффузии), и они относятся к диффузии только в том случае, если в системе присутствуют частицы более чем одного сорта.

В рамках предположения о медленной диффузии выполняется линейная зависимость диффузионного потока от градиента соответствующей

обобщенной силы. При этом распределение по импульсам в каждой точке не слишком сильно отклоняется от распределения Максвелла. Однако определенное отклонение от максвелловского распределения все же есть, если процессы диффузии имеют место, а гипотеза о малости отклонения позволяет выполнить процедуру последовательных приближений, начиная с нулевого, равновесного приближения. Диффузионные потоки вещества отделяют от гидродинамических потоков, связанных с перемещением центра масс макроскопических объемов системы в целом. В частности, поток импульса через рассматриваемый объем в процессе диффузионного перераспределения равен нулю. Это означает, что если в звезде, скажем, более тяжелый гелий осаждается к центру, то существует встречный поток водорода, направленный к поверхности. Скорость диффузионного потока  $\mathbf{v}_i$ частиц сорта і равна

$$\mathbf{v}_i(r) = n_i^{-1} \int_{\{\mathbf{v}\}} \mathbf{v}_i f_i(r, \mathbf{v}) d\mathbf{v}$$
(1)

при условии, что скорости измеряются в системе центра масс, т.е.

$$\sum_{i} \rho_i \mathbf{v}_i = 0. \tag{2}$$

Таким образом, скорость диффузионного потока является результатом нарушения симметрии в распределении скоростей, с одной стороны, и движением одной компоненты системы относительно остальных — с другой.

Исторически идея о возможности диффузии внутри звезд восходит еще к Эддингтону [3], который одновременно указал на основную трудность при оценке роли диффузии - наличие возможного медленного перемешивания в звездах (меридиональная циркуляция). В отношении численного изучения проблемы основополагающими работами принято считать книги Чепмена и Каулинга [4] и Бюргерса [2]. Возвращение интереса к диффузии в астрофизике приходится на конец 70-х гг. (см., например, [5]), а в солнечных моделях диффузия активно внедряется к началу 90-х гг. (отметим серию работ Бакала с сотрудниками, например, [6]). Отметим, что так называемая модель S, являющаяся де-факто стандартом в гелиосейсмических исследованиях, была построена в тот же период с учетом результатов перечисленных работ [7].

Основным уравнением при моделировании диффузии является кинетическое уравнение Больцмана (его также называют уравнением Больцмана— Фоккера—Планка), описывающее эволюцию функции распределения под воздействием столкновений между частицами. В общем случае нужно рассматривать систему уравнений в частных производных

с векторным аргументом. Поэтому в реальных расчетах всегда определяется выделенное направление, вдоль которого и вычисляется диффузионный поток (в звездах таким направлением является радиальное). Уравнения Бюргерса выражают поток импульса вдоль данного направления. В них должен присутствовать интеграл столкновений, вычисление которого представляет существенную проблему. Вычисления интеграла столкновений производятся в предположении парных столкновений для центральных сил взаимодействия. Однако в случае плазмы кулоновский потенциал ведет к расходимости интеграла, и требуется ограничить пределы интегрирования как средним расстоянием между частицами или дебаевским радиусом.

Наличие системы уравнений для диффузионных потоков связано с многокомпонентностью смеси. В плазме число компонент как минимум три это протоны, ядра гелия и электроны. Для расчета диффузионных потоков тяжелых элементов необходимо учитывать взаимный диффузионный поток водорода и гелия (увлекающая диффузия). В отношении электронов принято делать упрощающие предположения об их малой массе, однако необходим корректный учет их влияния. Это принципиально важно для определения зависимости скорости диффузии от заряда иона, а связанный с электронами "возвратный тепловой поток" вносит существенный вклад в конечный результат [8].

После вычисления интегралов столкновений и решения системы уравнений Бюргерса можно выписать диффузионный поток  $J_i \equiv \rho v_i X_i$  как линейную форму соответствующих градиентов равновесных величин. В рамках неравновесной термодинамики [1] с градиентами связывают обобщенные силы и говорят о линейном приближении. С учетом использованного в нашей статье приближения, можем записать

$$J_i = -D_n \nabla n_i - D_T \nabla (\ln T) - D_P \nabla (\ln P). \quad (3)$$

В соответствии с физическим смыслом каждого из слагаемых выражения (3), принято говорить о вкладе концентрационной диффузии, термодиффузии и бародиффузии, соответственно. Отметим, что такое деление в значительной мере условно и отражает лишь общий физический смысл задачи, но не конкретные механизмы диффузионного перераспределения. Например, весьма сложно предсказать даже знак термодиффузионного коэффициента в этом выражении. В основном, выражение (3) используется для решения задач о стационарном состоянии, т.е. когда разные эффекты компенсируют друг друга. В приложении к звездам мы, наоборот, исследуем самую начальную стадию, когда потоки с высокой точностью постоянны во времени. Обычному представлению о диффузии как о механизме выравнивания неоднородного

АСТРОНОМИЧЕСКИЙ ЖУРНАЛ том 83 № 12 2006

химического состава соответствует только первое слагаемое выражения (3). Остальные слагаемые отражают общую неравновесность системы и, в свою очередь, ведут к сегрегации элементов. Их действие состоит в накоплении, например, тяжелых элементов в центральных областях звезды и легких компонентов во внешних. Тем самым, результатом диффузии является как раз появление градиента концентрации, в противоположность ожидаемому сглаживанию.

Результирующее уравнение для эволюции распределения относительной массовой доли  $X_i$  в процессах диффузии является простым следствием условия сохранения числа частиц

$$\frac{\partial X_i}{\partial t} = \nabla J_i. \tag{4}$$

При необходимости можно добавить в правую часть член, описывающий скорость образования частиц в ядерных реакциях. Записанное с подстановкой выражения для  $J_i$ , уравнение (4) называют общим уравнением нестационарной диффузии (см. далее формулу (12)).

### 3. ОСНОВНЫЕ МЕХАНИЗМЫ ДИФФУЗИИ В ЗВЕЗДАХ

Простейшим механизмом является концентрационная диффузия, которую можно наглядно описать как поток частиц из точки A в точку B, находящиеся на расстоянии средней длины пробега  $\bar{l}$ . Заметные проявления концентрационной диффузии существуют только в ядре современного Солнца и под основанием конвективной зоны (подробнее см. ниже). Характерное время концентрационной диффузии на Солнце оценивается в  $10^{11}$  лет, т.е. больше возраста Вселенной [9]. Такого рода оценка являлась основанием для того, чтобы пренебрегать диффузией при расчетах звездной эволюции.

Главным диффузионным эффектом является бародиффузия. Качественно данный эффект может быть описан следующим образом. Сила тяжести действует на частицы, поэтому поток частиц вниз будет больше, чем поток вверх. Чтобы скомпенсировать разницу потоков, нужно, чтобы внизу была несколько большая концентрация частиц. В результате получаем экспоненциальное распределение концентрации с высотой в изотермической атмосфере. Однако бародиффузия проявляется в системе с частицами разных масс. Для таких систем однородное по химическому составу (но не по плотности) распределение не является устойчивым. В химически однородной смеси концентрация легкого компонента падает с высотой слишком быстро (по сравнению с равновесным случаем), и поэтому диффузионный поток легких частиц вверх будет больше, чем поток, связанный с силой тяжести. Для тяжелого компонента ситуация противоположная. Таким образом, возникает поток легких частиц вверх и тяжелых вниз. Для нахождения величины этого потока нужно найти импульс, передаваемый частицами одного сорта другому при взаимных столкновениях.

Рассмотрим более подробно расчет бародиффузии для трехкомпонентной плазменной смеси, следуя [9]. В такой смеси достаточно записать одно уравнение Бюргерса, например, для протонов, в виде

$$m_{\alpha p} n_p n_\alpha w_{\alpha p} v_{\alpha p} = -\nabla P_p + n_p \left( q_p \mathbf{E} + m_p \mathbf{g} \right).$$
(5)

В левой части (она соответствует левой части уравнения Больцмана) представлена плотность импульса, получаемая протонами при столкновении с lpha-частицами. При этом  $m_{lpha p} = m_p m_lpha / (m_p +$  $(+ m_{\alpha})$  – приведенная масса, а  $v_{\alpha p}$  – относительная скорость протонов и *а*-частиц. Сечение столкновений  $w_{\alpha p}$  выражается через кулоновский логарифм, и впервые оно было получено в работе [10]. Правая часть выражения состоит из трех слагаемых. Первое слагаемое представляет градиент парциального давления протонов. По смыслу это слагаемое соответствует концентрационной диффузии, т.е. потоку протонов, вызываемому разностью концентраций. Последнее слагаемое выражает изменение импульса из-за действия силы тяжести. Разница между первым и третьим слагаемым соответствует бародиффузионной силе, действующей на протоны, описанной выше. Второе слагаемое является результатом электростатического взаимодействия протонов и свободных электронов. Малая масса электронов позволяет пренебречь как передачей импульса от электронов к ионам, так и силой тяжести при вычислении градиента концентрации электронов. Тогда напряженность поля выражается в виде

$$E = -\frac{1}{en_e} \frac{\partial P_e}{\partial r}.$$
 (6)

Электростатическое поле действует как на протоны, так и на  $\alpha$ -частицы в одном направлении (от центра), но сила пропорциональна заряду  $Z_i$ , и значит результат ее действия сводится к препятствованию осаждению гелия к центру. Этот вывод можно обобщить на осаждение любых ионов — наличие поля свободных электронов замедляет гравитационное осаждение. После подстановки выражения для E скорость оказывается пропорциональной величине

$$\xi_H = \frac{\partial}{\partial r} \ln(P_p P_e) + \frac{gm_P}{k_B T}.$$
 (7)

В дальнейшем используются выражения, справедливые для идеального полностью ионизованного газа:

$$\frac{P_p}{P} = \frac{4X}{5X+3}, \quad \frac{P_e}{P} = \frac{2(1+X)}{5X+3},$$
 (8)

где X — массовая доля водорода. Последнее слагаемое (7) может быть также выражено через градиент полного давления

$$\frac{gm_P}{k_BT} = -\frac{XP}{P_p} \frac{\partial \ln P}{\partial r}.$$
(9)

Подставляя указанные выражения, получаем линейную форму для  $\xi_H$ :

$$\xi_H \equiv \frac{\partial}{\partial r} \ln \left[ \frac{X(1+X)}{(5X+3)^2} \right] + \left[ 2 - \frac{XP}{P_p} \right] \frac{\partial \ln P}{\partial r} =$$
(10)
$$= \left[ \frac{3+X}{(1+X)(5X+3)} \right] \frac{\partial \ln X}{\partial r} + \left[ \frac{5(1-X)}{4} \right] \frac{\partial \ln P}{\partial r}.$$

Ясно, что данная модель описывает только концентрационную диффузию и бародиффузию.

Аналогичным образом можно получить выражения для скорости осаждения тяжелого иона на фоне водорода и гелия. В левой части будет два слагаемых, соответствующих столкновениям с протонами и  $\alpha$ -частицами. Выражение для  $\xi_A$  в этом случае имеет вид

$$\xi_A = \frac{\partial}{\partial r} \ln(P_A P_e^{Z_A}) + \frac{g A_i m_p}{k_B T}, \qquad (11)$$

где  $A_i$  — атомная масса иона. Полученные таким образом выражения для скорости гравитационного осаждения гелия и тяжелых ионов были использованы в модели S. Полные выражения, уточненные за термодиффузию (рассмотрено ниже), приведены в работе [11], и в дальнейшем мы ссылаемся на такие выражения как MP-модель диффузии.

#### 4. ТЕРМОДИФФУЗИЯ

Эффект термодиффузии является значительно более сложным, чем описанные выше процессы. Он состоит в том, что при наличии в среде поддерживаемого градиента температуры возникает градиент концентрации. Отметим, что эффект термодиффузии в газах был предсказан теоретически Энскогом и Чепменом, и лишь почти через 10 лет был открыт экспериментально (исследования термодиффузии в жидкостях происходили независимо). Несмотря на многочисленные попытки, так и не удалось построить удовлетворительную качественную теорию термодиффузии (одна из наиболее успешных попыток изложена в [12]), в частности, способную предсказать направление потока

в общем случае. Отметим лишь некоторые утверждения относительно термодиффузии. Для того, чтобы термодиффузия имела место, необходимо не только наличие градиента температуры, но и наличие зависимости сечения столкновений (или, эквивалентно, длины свободного пробега) от скорости частицы. В свою очередь, такая зависимость определяется законом взаимодействия между частицами. Это значит, что для определенных законов взаимодействия термодиффузионный эффект равен нулю или имеет разные направления. Например, в случае модели молекул как твердых сфер, вероятность столкновения пропорциональна скорости. В результате для нейтральных газов более тяжелые молекулы диффундируют по направлению потока тепла, т.е. в холодную область.

Однако, если сила взаимодействия между частицами изменяется обратно пропорционально некоторой степени расстояния  $r^{-\nu}$ , ситуация меняется. При малых степенях  $\nu < 5$  вероятность столкновения между частицами уменьшается с увеличением скорости. В результате, в сильно-ионизованной плазме с кулоновским взаимодействием между близкими ионами ( $\nu = 2$ ) термодиффузионный эффект становится обратным, более тяжелые частицы движутся против направления потока тепла, т.е. к горячим областям! Такое направление термодиффузии в плазме отмечено в книге [4].

Подчеркнем еще раз, что термодиффузия, как и бародиффузия, имеет дифференциальный характер и проявляется только в смеси частиц. В однокомпонентном газе градиент температуры создает асимметрию потока частиц, однако этот избыточный поток из горячей области компенсируется разностью концентраций. Равновесное распределение легко получить в этом случае из условия постоянства давления.

Ситуация еще больше усложняется при наличии свободных электронов. Однако, как показывает анализ [9, 11], учет термодиффузии необходим для получения точного результата.

К настоящему времени было предложено три формы учета термодиффузионного эффекта. Все они ведут к добавлению в выражение для  $\xi_H$  слагаемого, пропорционального градиенту температуры, и отличаются только величиной множителя. Во всех случаях влияние термодиффузионного эффекта усиливает осаждение тяжелых элементов к центру звезды. По отношению к бародиффузионному потоку, термодиффузия составляет примерно 30%. Величина термодиффузионного эффекта не зависит от заряда, что означает больший вклад термодиффузии в случае тяжелых сильнозаряженных ионов по сравнению с бародиффузией. Первая, самая приближенная оценка, была предложена в работе [9]. Для получения влияния градиента температуры оценивался поток электронов и соответствующим образом модифицировалось выражение для напряженности электрического поля. Как обсуждалось в [11], такая оценка является завышенной. В [11] предложена другая форма, которая принята и в нашей работе. Наконец, наиболее точная аппроксимация соответствующих членов была дана в [13].

Перечисленные механизмы диффузии описывают основные члены, действующие во всем объеме звезды и приводящие к общему перераспределению вещества от поверхности к недрам и обратно. Существует ряд малоизученных механизмов перераспределения, таких как лучистая диффузия, или диффузия с учетом реакций ионизации, однако их влияние ограничено определенными областями. В данной работе мы ограничиваемся основными тремя факторами.

### 5. ОБЩЕЕ УРАВНЕНИЕ ДИФФУЗИИ

Уравнение, описывающее эволюцию химического состава  $X_i(r,t)$  компоненты *i* в сферической звезде, записывается в виде

$$\rho \frac{\partial X_i}{\partial t} = r^{-2} \frac{\partial}{\partial r} \left[ r^2 \rho B X_i \left( -D_n \frac{\partial X_i}{\partial r} - \right) - D_T \frac{\partial \ln T}{\partial r} - D_P \frac{\partial \ln P}{\partial r} \right].$$
(12)

Разделение коэффициентов на представленные группы имеет следующий смысл. Размерная величина  $B = b_0 T^{5/2} / \rho \ln \Lambda$  (ср. [11]) зависит от параметров модели. Коэффициенты диффузии  $D_n$ ,  $D_P$ ,  $D_T$  в изложенных выше предположениях могут быть выражены как функции химического состава, аналогично выражениям для  $\xi_H$ . Градиенты температуры и давления также могут быть выражены как функции лараметров с помощью условий равновесия.

Для решения уравнения нужны граничные и начальные условия. Начальный профиль соответствует химически однородной звезде. Граничные условия состоят в равенстве нулю потока  $J_i(r = 0) = J_i(r = R_{\star}) = 0$  для любого момента времени. Такое граничное условие выполняется, если  $\partial X_i/\partial r|_{r=0} = 0$ , поскольку другие градиенты обнуляются в центре.

Задача состоит в получении профилей химического состава  $X_i(r,t)$  до t = 4.6 млрд. лет, принимаемого за возраст современного Солнца. В общем случае, уравнение (12) определено для бесконечно дифференцируемых функций в предположении бесконечной дифференцируемости коэффициентов. Ниже мы рассмотрим, что происходит с решением, когда нарушается дифференцируемость коэффициентов.

### 6. КОНВЕКТИВНАЯ ЗОНА И ДИФФУЗИЯ В НЕЙ

Внешняя конвективная оболочка характерна для звезд с массой Солнца, и перенос тепла здесь осуществляется материальной конвекцией. Скорость потоков вещества весьма велика, и она сравнима только с динамическим временем внутри звезды, т.е. со скоростью звука. С точки зрения структуры звезды отметим, что градиент температуры  $\nabla \equiv d \ln T / d \ln P$  в конвективной зоне в основном адиабатический, а ниже конвективной зоны он определяется законом непрозрачности. В результате, в основании конвективной зоны возникает разрыв второй производной температуры, который играет важнейшую роль в современной теории внутреннего строения Солнца. Излом на профиле скорости звука  $c^2 \sim T/\mu$  ведет к специфическим особенностям спектра колебаний Солнца и позволяет определить положение основания конвективной зоны с большой точностью. Любая модель, претендующая на адекватное описание спектра колебаний, должна иметь глубину конвективной зоны, очень близкую к определенной таким образом (28.7% радиуса). Глубина конвективной зоны в модели определяется непрозрачностью вещества, а также содержанием гелия (как главной компоненты химического состава) и удельной энтропией в адиабатической части конвективной зоны (при заданном химическом составе последний параметр можно считать эквивалентным массе конвективной зоны выше заданного радиуса). Все параметры играют фундаментальную роль в теории строения Солнца, и они должны быть взаимно согласованы.

Вернемся к описанию диффузии в конвективной зоне. С учетом ограниченности знаний о структуре и динамике конвективной зоны, никакая модель диффузионных процессов не может быть точной. Может показаться, что медленные процессы диффузии вообще не могут происходить в условиях непрерывного перемешивания. Это справедливо, однако только для случая турбулентной конвекции, когда ячейки конвекции малы по размерам и время их жизни пренебрежимо мало по сравнению со временем диффузионного блуждания частицы по конвективной ячейке. Кроме того, область турбулентного перемешивания должна охватывать всю конвективную зону.

В звездах это не совсем так. Солнечная конвективная зона сильно стратифицирована, и плотность в самых внешних слоях отличается от плотности в основании примерно на 6–7 порядков. В результате характер перемешивания отличается

во внешних слоях и в глубоких областях. Если внешние области характеризуются турбулентной высокоскоростной конвекцией, то в глубоких слоях движения относительно спокойные, и время жизни ячеек вполне может быть сравнимым со временем блуждания частицы. Поэтому представление о непрерывном перемешивании здесь не кажется очевидным. Кроме того, основная масса вещества сосредоточена в нижних слоях конвективной зоны, и перемешивание между внешними слоями и глубинными неоднозначно. Любое качественное рассмотрение условий не может привести к точному описанию диффузии. Мы только хотим заметить, что используемое в настоящее время математическое описание перемешивания допускает простую интерпретацию. Предположим, что перемешивание происходит моментальным образом по всей конвективной зоне, но между периодами перемешивания состояние вещества стационарно, и процессы диффузии и осаждения происходят как в обычной, динамически стабильной среде. При этом время между моментальными перемешиваниями может быть произвольным. Тогда достаточно подставить очень большой коэффициент концентрационной диффузии в уравнение (12), чтобы получить решение  $X_i(r,t)$  в конвективной зоне с практически нулевым градиентом, т.е. с полным перемешиванием. В то же время, благодаря наличию членов баро- и термодиффузии, уравнения продолжают описывать осаждение тяжелых компонент из внешних слоев.

Характер получающихся решений очевиден. В любой момент времени градиент состава равен нулю (пренебрежимо мал), поэтому диффузионный поток не зависит от члена концентрационной диффузии. Вследствие граничных условий, поток на внешней границе равен нулю, и изменения химического состава определяются только потоком на нижней границе конвективной зоны. Пользуясь теоремой Стокса, мы можем оценить поток на границе области через интеграл по этой области от дивергенции потока, т.е. как среднее по массе изменение содержания элемента (что соответствует гипотезе моментального перемешивания), и получить изменение содержания в однородной конвективной зоне. В наших расчетах мы не выполняли указанных усреднений, а лишь использовали большой  $(D_N = 10^4)$  коэффициент концентрационной диффузии в решаемых конечно-разностным методом уравнениях. Такой же подход использовался при расчетах модели S [7]. Так что приведенный анализ служит для интерпретации решений.

Главным результатом использованной модели является появление разрыва в профиле химического состава на границе конвективной зоны. Причиной этого является то, что содержание в конвективной зоне вычисляется независимо от содержания элементов ниже границы конвекции. При этом диффузионный поток остается непрерывным, как требуется по смыслу уравнений диффузии.

Отметим, что все предположения о перемешивании слабо сказываются на результатах расчета профиля химического состава под конвективной зоной. Для иллюстрации этого сошлемся на результаты наших расчетов, выполненные без использования искусственного увеличенного коэффициента концентрационной диффузии (т.е. при игнорировании перемешивания в конвективной зоне). Под конвективной зоной полученные профили очень мало отличаются от "перемешанных" решений, а в самой конвективной зоне состав легко получить путем последующего усреднения.

Результатом расчетов является величина изменения содержания элементов в конвективной зоне, как весьма важная для получения адекватной модели строения Солнца и для согласования с наблюдаемым в фотосфере химическим составом. Гипотеза диффузионного осаждения сыграла ключевую роль в объяснении дефицита гелия в конвективной зоне Солнца, обнаруженного гелиосейсмическими методами. В последнее время есть основания полагать, что содержание кислорода на Солнце также существенно меньше [14]. Однако в последнем случае модель диффузионного осаждения вряд ли может рассматриваться как полностью адекватное объяснение. Это связано как с полученными нами оценками величины осаждения для тяжелых элементов, так и трудностями нахождения дифференциальных механизмов, ведущих к осаждению одних элементов в большей степени по сравнению с другими.

### 7. НЕЛИНЕЙНОЕ УРАВНЕНИЕ ДИФФУЗИИ И ЭВОЛЮЦИОННЫЕ МОДЕЛИ

Классической задачей математической физики является диффузионное уравнение, в котором коэффициенты постоянны или явно зависят только от координат и времени. Такая задача является линейной по неизвестной величине. Для случая расчета диффузии в звездах следует решать нелинейную задачу, когда коэффициенты в уравнениях зависят от получающегося химического состава. Также ясно, что мы не можем явным образом указать, как меняется, скажем, градиент давления в зависимости от профиля химического состава. Однако, если учесть, что главный вклад в эволюцию профиля химического состава вносят ядерные реакции, то все значения коэффициентов можно оценить на основании эволюционной последовательности моделей, рассчитанной без учета диффузионного перераспределения. В этом смысле все модельные коэффициенты (градиенты температуры и давления, распределения температуры, давления



**Рис. 1.** Функция диффузионного потока водорода в моделях Солнца с возрастом t = 0 (штриховая кривая) и t = 4.6 млрд. лет (сплошная кривая).



**Рис.** 2. Градиенты температуры и массы (в отн. ед.) в солнечных моделях, определяющие диффузионную эволюцию массовой доли водорода: сплошные линии современное Солнце, штриховые — начальное.

и плотности, ускорения силы тяжести) зависят от координаты и времени, но не зависят от получаемого решения. В нашей работе использована эволюционная последовательность моделей, рассчитанная и описанная в [15] (модель 600-0100).

В то же время изменения профиля содержания благодаря диффузионному перемешиванию относительно малы. Поэтому мы можем полагать, что наше приближение для фиксированных ("замороженных") модельных коэффициентов позволит правильно оценить саму величину диффузионного осаждения, а также изучить основные особенности этого процесса. Кроме того, в уравнении (10) присутствует явная зависимость от содержания  $X_i$ . Мы проводили расчеты с учетом этой нелинейности, т.е. в случае явной зависимости от содержания использовались результаты получающегося диффузионного решения. Дополнительные эксперименты показали, что влияние этого фактора частичной нелинейности в уравнениях невелико. Отметим, что наиболее существенным источником ошибок является особая точка в уравнениях в основании конвективной зоны. При изменении содержания элементов глубина конвективной зоны может меняться, и при этом меняются параметры осаждения элементов, т.е. проявляется нелинейность в системе.

# 8. ПОВЕДЕНИЕ ПОТОКОВ И ИЗМЕНЕНИЕ ПРОФИЛЯ

Диффузионный поток определяется локальными термодинамическими величинами и равен массе вещества соответствующего сорта, проходящего через сферический слой радиуса *r* в секунду. Положительное направление совпадает с направлением от центра. Функция потока удовлетворяет граничным условиям.

Пример функции потока приведен на рис. 1. Общее поведение функции потока сохраняется в течение эволюции. Обсудим особенности этой функции.

Для этого рассмотрим простую модель для функции потока, ограничиваясь только членом бародиффузии и используя формулы МР-модели. Запишем выражение для потока в сферической звезде:

$$r^{2}\rho v_{H} = r^{2}\rho \frac{B(X)T^{5/2}}{\rho} \frac{d\ln P}{dr} =$$
(13)  
$$= \frac{-B(X)T^{5/2}\rho}{P}Gm_{r} \sim T^{3/2}m_{r}.$$

Функция потока в центре пропорциональна  $O(r^3)$ . Очевидно, производная потока в центре будет равна нулю. В силу положительности функции должен быть по крайней мере один максимум. Положение такого максимума определяется условием

$$\frac{3}{2}\frac{d\ln T}{d\ln P} = -\frac{d\ln m_r}{d\ln P},\tag{14}$$

т.е. максимум находится там, где градиент температуры  $\nabla$  и градиент текущей внутренней массы удовлетворяют соотношению (14). Производная массы  $m_r$  в правой части (14) определяется уравнением гидростатического равновесия

$$\frac{d\ln m_r}{d\ln P} = -\frac{4\pi r^4 P}{Gm_r^2} = -\frac{4\pi GP}{g^2},$$
 (15)

т.е. определяется распределением плотности в звезде. Указанная производная имеет особенность в центре и меняется обратно пропорционально квадрату радиуса. Градиент температуры не слишком сильно меняется в течение эволюции, поэтому максимум потока достигается там, где значение производной от текущей массы опускается до величины температурного градиента. Обе функции показаны на рис. 2. Используя приближение постоянной плотности, для центральной области мы можем получить:

$$\frac{d\ln m_r}{d\ln P} \simeq \frac{P}{4\pi G \left(\rho_c/3\right)^2} r^{-2}.$$
 (16)

Таким образом, поведение производной массы в центральных областях определяется отношением квадрата центральной плотности к давлению. Положение максимума потока смещается к центру с течением эволюции звезды как результат роста центральной концентрации и молекулярного веса в центре. На рис. 2 показаны кривые для начальной модели и для современного Солнца. Отметим также, что величина максимума растет с эволюцией звезды (хотя и не слишком сильно), что означает рост общей скорости гравитационного осаждения.

Функция потока для компоненты і дает полное описание диффузионных процессов, и по ней можно получить изменение содержания данной компоненты. Легко понять, к чему ведет функция потока, представленная на рис. 1. Поток протонов направлен наружу во всех точках, но в центральных областях он растет с радиусом. Это значит, что доля водорода в этих областях падает. Когда поток постоянен (в окрестности максимума), содержание водорода между соседними сферическими слоями не меняется, поскольку количество вещества в сферическом слое не меняется. Во внешних слоях, где поток падает с радиусом, происходит накопление водорода. В целом картину можно представить себе так, что водород из центральных областей перемещается во внешние слои Солнца.

Как уже говорилось, при рассмотрении диффузионных потоков используется предположение о сохранении импульса. Другими словами, полностью аналогичная картина (но с обратным знаком) наблюдается в отношении потока гелия, который оседает из внешних областей в центральное ядро.

### 9. ТОЧКИ РАЗРЫВА ПРОИЗВОДНЫХ В ФУНКЦИИ ПОТОКА

В данной работе мы не анализируем всех особенностей поведения профилей давления и температуры около нижней границы конвективной зоны, однако обратим внимание на излом функции



**Рис.** 3. Изменение содержания водорода, связанное с диффузионными процессами, для эволюционной последовательности моделей Солнца (время *t* указано в млрд. лет).

потока на рис. 1 в этой точке. Этот излом возникает из-за разрыва второй производной температуры, т.е. благодаря эффекту термодиффузии. Вклад бародиффузии, пропорциональной градиенту давления, ведет к гладкой функции потока и непрерывному изменению профиля содержания водорода в этой точке. Такое поведение градиента давления справедливо для эволюционных последовательностей моделей, рассчитанных на основе классических моделей, без учета диффузии. Излом в функции потока объясняется изломом профиля градиента температуры и ведет к появлению разрыва в профиле содержания водорода (и других элементов). Такой эффект разрывных профилей характерен для диффузионных профилей вне зависимости от того, каким образом обрабатывается конвективное перемешивание вещества внутри конвективной зоны. Скорость развития разрыва X(r)определяется законом непрозрачности в окрестности основания конвективной зоны. Кроме того, скорость диффузионного осаждения в конвективной зоне выше, чем в лучистой области, опять же из-за большой величины градиента температуры (который здесь равен адиабатическому градиенту).

### 10. ДИФФУЗИОННАЯ ЭВОЛЮЦИЯ ПРОФИЛЕЙ ХИМИЧЕСКОГО СОСТАВА

На рис. 3 приведены профили содержания водорода при изменениях, связанных только с диффузионными процессами, начиная от однородного состояния на начальной главной последовательности с шагом 1 млрд. лет до современного состояния



Рис. 4. Вклад баро- (штриховая линия), термо-(штрих-пунктирная линия) и концентрационной (пунктирная линия) диффузии в общую скорость (сплошная линия) изменения содержания водорода для современного Солнца.

Солнца. Изменения, связанные с ядерными превращениями водорода в гелий, для наглядности не представлены на рисунке. Однако в расчетах влияние ядерных реакций учитывалось, также как вклад концентрационной диффузии, которая несколько "тормозит" диффузионное осаждения гелия. Эволюционная последовательность профилей иллюстрирует общие принципы, которые мы описали выше. Гелий и тяжелые элементы осаждаются в ядро, обедняя внешние слои. Граница между обогащенными и обедненными слоями определяется положением максимума функции потока. Поскольку в процессе эволюции Солнца эта точка слабо смещается вглубь к центру модели, то на рис. З виден соответствующий "фокус" кривых вокруг точки, где содержание элементов практически не меняется в процессе диффузии.

Отметим глобальный характер бародиффузионного и термодиффузионного осаждения в звездах. Отличие глобального эффекта от локального связано с тем, что поток отличен от нуля в большой области внутри звезды (как в случае рассматриваемых нами эффектов). Если же функция потока отлична от нуля только в малой области, то и перераспределение вещества происходит только в этой области, например, как в случае с концентрационной диффузией, проявляющейся только около основания конвективной зоны и в области ядра в поздних моделях (то же касается эффекта фотодиффузии, который не рассматривается в данной статье).

Количественно скорость осаждения можно охарактеризовать с двух сторон. Во-первых, это избыточное накопление гелия в ядре, т.е. в центре звезды. По данным модели МР такое накопление составляет 2.8%, а по модели [13] — 3.0% массовой доли водорода (или гелия). Анализ выражений для потока показывает, что эта величина получается достаточно устойчивым образом. Другими словами, можно считать твердо установленным, что Солнце более богато гелием в центральных областях, чем это следует из классических расчетов. Можно сказать, что Солнце проэволюционировало "дальше" по своему пути на главной последовательности за тот же интервал времени. Другим принципиальным параметром осаждения гелия является изменение его содержания в конвективной зоне.

Наконец, отметим, что в профиле водорода появляется отчетливый скачок на дне конвективной зоны. Этот скачок есть следствие двух эффектов, описанных выше. Во-первых, это разрыв второй производной температуры, а во-вторых, усреднение химического состава в конвективной зоне. В результате химический состав в конвективной зоне. В результате химический состав в конвективной зоне меняется быстрее (гелий осаждается из конвективной зоны), чем этого можно было бы ожидать, если "экстраполировать" профиль содержания из лучистой зоны наружу.

Для анализа поведения профиля химического состава ниже основания конвективной зоны рассмотрим отдельно вклад термодиффузии по сравнению с бародиффузией. Эти вклады представлены на рис. 4. Отметим, что на рисунке представлены доли изменения химического состава за фиксированный интервал времени, обусловленные различными факторами, в частности, бародиффузией (штриховая линия) и термодиффузией (штрихпунктирная линия). Вклад в изменение содержания отличается от вклада в функцию потока, обычно анализируемого в работах по диффузии (см., например, [13]). Так, поток, вызываемый термодиффузией, всегда направлен так же, как и бародиффузионный, т.е. ведет к осаждению тяжелых элементов к горячему центру. Однако изменение содержания водорода в некоторых областях может быть разного знака по сравнению с бародиффузионным накоплением. В частности, под основанием конвективной зоны термодиффузия замедляет накопление водорода и, соответственно, осаждение тяжелых компонент здесь также менее выражено. Это может показаться удивительным, поскольку бародиффузионный и термодиффузионный потоки в МР-модели отличаются лишь на функцию логарифмического градиента температуры  $\nabla$ . Простота отношения  $v_{therm}/v_{baro}$  лежит в основе утверждения, что термодиффузия составляет примерно 30% эффекта бародиффузии [13]. Однако для изменений содержаний элементов данное утверждение, очевидно, несправедливо. Из сравнения кривых на рис. З можно сделать вывод, что термодиффузия

представляет собой относительно слабый и лишь локально выраженный эффект.

Объяснить это можно, если учесть, что скорость изменения содержания пропорциональна производной от потока. Следовательно, термодиффузионный вклад равен

$$dX_{therm} \sim (v_{baro}\nabla)' = \nabla dX_{baro} + v_{baro}\nabla'.$$
 (17)

Другими словами, помимо пропорциональной термодиффузионной добавки, изменение химического состава зависит от производной от температурного градиента. Сам температурный градиент показан на рис. 2, и его форма позволяет качественно объяснить поведение функции термодиффузионного вклада на рис. 4. Под конвективной зоной производная температурного градиента велика и положительна, что ведет к противоположному вкладу термодиффузии по сравнению с бародиффузией (т.е. знаки слагаемых в правой части уравнения (12) противоположны). В результате мы имеем особенность (небольшой пик, который довольно слабо выражен для водорода) под конвективной зоной и сравнительно небольшой, почти постоянный вклад термодиффузии по всей лучистой зоне. В ядре, где производная температурного градиента меняет знак, вклад термодиффузии становится сравнимым с бародиффузией. Подчеркнем, что указанные эффекты связаны только с законом непрозрачности вещества, а не с наличием конвективной зоны.

Подобный анализ вклада различных механизмов важен потому, что точность оценки термодиффузионных членов, вообще говоря, невелика. Если бы роль термодиффузии была существенна во всех областях Солнца, то итоговая точность моделирования была бы небольшой. Однако тот факт, что определяющую роль играет бародиффузия, модель для которой значительно проще, позволяет надеяться, что мы можем определить изменение химического состава с точностью порядка 30%. Ситуация в значительной степени меняется для тяжелых элементов, к рассмотрению эволюции которых мы и перейдем.

### 11. ДИФФУЗИОННАЯ ЭВОЛЮЦИЯ ТЯЖЕЛЫХ ЭЛЕМЕНТОВ

Эволюция тяжелых элементов принципиально не отличается от диффузионной эволюции гелия на фоне водорода, хотя есть некоторые особенности. Ясно, что профиль содержания тяжелых элементов меняется только благодаря диффузии — в ядерных реакциях они не участвуют. До некоторой степени это не справедливо в отношении изотопов CNO, содержание которых может меняться в ядерном цикле горения водорода. Однако современные расчеты не настолько детализованы, чтобы учитывать изотопный состав элементов. Другой важной

особенностью эволюции профиля  $Z_i$  является то, что малая примесь данного элемента диффундирует на фоне основных диффузионных потоков гелия и водорода, движущихся в противоположных направлениях. В процессе столкновений с протонами и  $\alpha$ -частицами тяжелые ионы увлекаются в противоположных направлениях, что учитывается при вычислении функции потока.

Однако главная особенность диффузии тяжелых ионов связана с их большим зарядом. Как уже обсуждалось, заряд иона означает наличие нейтрализующего облака свободных электронов, которые увеличивают сечение взаимодействия иона, замедляя его гравитационное осаждение к центру модели. В данной статье мы остаемся в рамках предположения о полной ионизации ионов, поэтому тяжелый ион характеризуется только атомной массой  $A_i$  и зарядом ядра  $Z_i$ .

Нами рассматривалась эволюция наиболее обильных ионов, вплоть до железа. В качестве характерного примера на рис. 5 представлена эволюция профиля содержания кислорода, начиная от однородного содержания  $Z_{\rm O} = 0.02$  (т.е. в предположении, что все тяжелые элементы представлены кислородом). Вид эволюции других элементов вполне аналогичен, и эволюция профилей с хорошей точностью линейна по начальному содержанию. Таким образом, чтобы получить профиль любого элемента с другим (меньшим) содержанием, достаточно умножить все значения на масштабирующий множитель Z<sub>i</sub>/0.02. Однако для изучения зависимости скорости осаждения от заряда иона на рис. 6 представлены результаты расчетов величины осаждения из конвективной зоны для всех рассмотренных элементов. Обратим внимание, что отложенная величина — это  $\Delta Z_{cz} =$  $= Z_i(t_0) - Z_i(T_{\odot})$ , т.е. чем больше величина, тем сильнее осаждается элемент, и тем меньше его остается в конвективной зоне.

Общее выражение для скорости диффузии имеет вид

$$v_i = v_{baro} + v_{therm} + v_{invol} + v_{dx}.$$
 (18)

Четыре слагаемые в правой части соответствуют рассмотренным физическим эффектам диффузии — бародиффузионного осаждения, термодиффузии, эффекта увлечения потоком основных компонент и концентрационной диффузии. Для расчетов эволюции профиля каждого тяжелого элемента использовалась, как и прежде, MP-модель.

Главным эффектом является, как и раньше, бародиффузия. После небольших преобразований можно получить, что скорость бародиффузионного осаждения примерно обратно пропорциональна

АСТРОНОМИЧЕСКИЙ ЖУРНАЛ том 83 № 12 2006



**Рис. 5.** Изменение содержания кислорода для эволюционной последовательности моделей Солнца (время *t* указано в млрд. лет).

$$\Delta Z_{cz,} 10^{-3}$$

$$1.5 - \bullet C (0.5)$$

$$0 (0.5)$$

$$1.4 - \bullet O (0.5)$$

$$1.4 - \bullet O (0.5)$$

$$1.3 - \bullet Mg (0.5)$$

$$1.3 - \bullet Mg (0.5)$$

$$1.2 - \bullet G (0.5$$

Рис. 6. Величина осаждения тяжелых элементов  $\Delta Z_{cz}$  из конвективной зоны за время эволюции Солнца в зависимости от атомной массы (для элементов указаны отношения Z/A).

заряду, т.е.  $v_{baro} \sim Z_i^{-1}$ . Такая зависимость прекрасно прослеживается на рис. 6 для ионов с отношением  $A_i/Z_i = 2$  (с учетом дополнительных слагаемых термодиффузии, конечно). Это означает, что сильнозаряженные ионы осаждаются медленнее, чем слабозаряженные, даже с учетом увеличения массы иона. Таким образом, относительная доля осаждения тяжелых элементов из конвективной зоны  $\Delta Z_{cz}/Z_i$  меньше, чем для гелия.

Однако указанной обратной пропорционально-

стью заряду не ограничивается зависимость от  $Z_i$ . Множитель перед градиентом давления включает зависимость одновременно от массы и от заряда иона. В результате ионы, у которых отношение  $A_i/Z_i > 2$ , осаждаются быстрее и выпадают из общей зависимости. Такие "аномальные" ионы на рис. 6-Al, Ar, Fe. Чувствительность к указанному отношению достаточно велика. В отношении остальных слагаемых в выражении (18) наиболее важным является то, что термодиффузия не зависит от заряда элемента. Таким образом, обсуждавшийся выше локальный вклад термодиффузии в изменение содержания под основанием конвективной зоны становится в случае тяжелых ионов еще заметнее. Более того, он может здесь превалировать в скорости изменения содержания элементов, и, например, для профиля содержания железа в оболочке, появляется область, в которой концентрация не меняется (т.е. не уменьшается) со временем. Этим объясняется своеобразный пик в профилях содержания на рис. 5.

### 12. ЗАКЛЮЧЕНИЕ И ВЫВОДЫ

Мы рассмотрели главные механизмы диффузионного перераспределения химического состава в звездах солнечного типа. Поскольку основным источником микроскопических диффузионных потоков является отсутствие термодинамического (и статистического) равновесия между соседними точками в системе, то не удивительно, что главным эффектом оказалось осаждение тяжелых элементов к центру звезды из-за наличия сильного градиента давления в поле силы тяжести. Этот общий эффект, характерный для всех звезд, ведет к появлению глобального потока тяжелых компонент из внешних слоев к ядру, и обратно для легких. Детальные свойства и скорость потока определяются главным образом распределением гравитационного потенциала внутри звезды, которое, в свою очередь, полностью определяется распределением плотности. С возрастом звезды концентрация массы растет, область накопления уменьшается, и растет скорость диффузионного осаждения. Однако для звезды солнечной массы на главной последовательности изменения скорости бародиффузии не очень велики, что означает линейность эффекта и слабую зависимость от деталей строения. Эффект бародиффузии вполне измерим — центральная массовая доля гелия увеличивается почти на 3%. Содержание гелия в конвективной оболочке уменьшается также примерно на 3%.

Точность указанных оценок определяется следующими факторами. Во-первых, это точность оценки интегрального сечения столкновения ионов. Во-вторых, это наличие сложной смеси частиц, в первую очередь электронной компоненты. В-третьих, это эффекты следующего порядка, такие как термодиффузия. Учет указанных эффектов показывает, что точность современных моделей диффузионного осаждения составляет около 30% от указанных величин. Термодиффузионный эффект заметно увеличивает скорость осаждения тяжелых элементов, несмотря на то что специфика поведения температурного градиента (под основанием конвективной зоны, в частности) ведет к тому, что в некоторых областях термодиффузия уменьшает эффект бародиффузии (хотя такие эффекты носят локальный характер).

Эффект концентрационной диффузии относительно слабо выражен. В начальной модели он отсутствует вообще, а в модели современного Солнца его влияние заметно только в ядре (из-за градиента химического состава, возникшего в ядерных превращениях), а также под основанием конвективной зоны, где образующийся разрыв химического состава в определенной степени сглаживается.

Упомянутый разрыв химического состава возникает из-за двух причин. Первая причина – это разрыв в коэффициенте диффузии, большая величина которого используется для имитации моментального перемешивания в конвективной зоне. Вторая — это разрыв второй производной температуры в основании конвективной зоны. Обе причины ведут к появлению физического разрыва, который до некоторой степени сглаживается как конечноразностными производными в процессе решения задачи, так и эффектами концентрационной диффузии. Характер диффузионного перераспределения тяжелых элементов демонстрирует некоторые особенности. Главным фактором является снова бародиффузия, однако чем выше заряд иона, тем медленнее происходит его осаждение - нейтрализующее облако электронов "тормозит" движение иона к ядру. Тем самым конвективная зона проэволюционировавшего Солнца должна быть обеднена в большей степени CNO-элементами по сравнению, например, с железом. Разность скоростей осаждения в данном примере составляет примерно одну треть. Общая зависимость скорости осаждения от заряда в описанном эффекте обратно пропорциональна заряду иона  $(Z_i^{-1})$ . Кроме того, в использованной нами модели обнаружена зависимость от отношения атомного веса иона к его заряду  $Z_i/A_i$ . Эта зависимость достаточно сильная, и легко прослеживается для отдельных элементов с отношением меньше 0.5.

В использованной нами модели расчета скорости диффузии термодиффузия не зависит от заряда иона. Поскольку вклад бародиффузии падает с ростом заряда, то для тяжелых элементов возможны ситуации, когда в отдельных областях эффект термодиффузии противоположен и превалирует над

бародиффузией, и тогда концентрация элементов там не меняется в процессе эволюции (в предположении полной ионизации). Следует отметить довольно ограниченную точность модели осаждения тяжелых элементов. Во-первых, для них существенен эффект перекрестной диффузии, или увлечение данного элемента потоками водорода и гелия. Вовторых, для тяжелых ионов должен быть существенен эффект фотодиффузии (увлечение ионов потоком излучения), а также эффект частичной ионизации иона. По своему вкладу, последние два эффекта могут превосходить эффект бародиффузии, и могут приводить только к локальному перераспределению химического состава.

Рассчитанная в нашей модели скорость осаждения тяжелых элементов остается относительно небольшой: за время эволюции Солнца содержание кислорода (в конвективной зоне) уменьшается всего на четверть по сравнению с начальным. Поэтому для объяснения существенного дефицита тяжелых элементов, вероятно, нужно привлекать более сложные механизмы, помимо диффузионного осаждения.

Работа выполнена в рамках проекта Российского фонда фундаментальных исследований (код проекта 05-02-17302а).

### СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Е. П. Агеев, *Неравновесная термодинамика в* вопросах и ответах (М.: УРСС, 2001).

- 2. J. M. Burgers, *Flow equations for composite gases* (Academic Press, 1969).
- 3. A. S. Eddington, *Internal constitution of the stars* (Cambridge: Cambridge University Press, 1926), p. 272.
- 4. С. Чепмен, Т. Каулинг, *Математическая теория неоднородных газов* (М.: ИЛ, 1960).
- 5. P. D. Noerdlinger, Astron. and Astrophys. 57, 407 (1977).
- 6. J. N. Bahcall, M. H. Pinsonneault, and G. J. Wasserburg, Rev. Mod. Phys. **67**, 781 (1995).
- 7. J. Christensen-Dalsgaard, W. Däppen, S. Ajukov, *et al.*, Science **272**, 1286 (1996).
- 8. R. Roussel-Dupre, Astrophys. J. 243, 329 (1981).
- J. N. Bahcall and A. Loeb, Astrophys. J. 360, 267 (1990).
- S. I. Braginski, in: *Reviews in Plasma Physics*, v. 1, ed. M. A. Leontovich (New York: Consultants-Bureau, 1965), p. 205.
- 11. G. Michaud and C. R. Proffitt, in: *Inside the stars*, IAU Coll. No. 137, ed. W. W. Weiss and A. Baglin, ASP Conf. Ser. **40** (New York, 1993), p. 137.
- 12. T. G. Cowling, J. Phys. A 3, 774 (1970).
- 13. A. A. Thoul, J. N. Bahcall, and A. Loeb, Astrophys. J. **421**, 828 (1994).
- 14. M. Asplund, N. Grevesse, A. J. Sauval, *et al.*, Astron. and Astrophys. **417**, 451 (2004).
- S. V. Ayukov, V. A. Baturin, and V. K. Gryaznov, et al., in: Equation of State and Phase-Transition in Models of Ordinary Astrophysical Matter, AIP Conf. Proc. 731 (New York, 2004), p. 178.

## Diffusional Evolution of Chemical Composition in a Solar Model

### V. A. Baturin, A. B. Gorshkov, and S. V. Ayukov

We consider the basic physical processes resulting in a differential, microscopic redistribution of stellar matter, generally known as diffusion. The main effect of diffusion in the solar interior is a segregation of light and heavy elements in the gravitational field. As a result, the abundance of helium and heavy elements in the solar envelope is reduced, while it becomes enriched by hydrogen. We present estimates of the settling magnitude found for a sequence of evolutionary models by numerically solving the generalized diffusion equation. The effect of the ion charge (in the approximation of full ionization) on the settling rate is studied in detail. Abundance variations are given for the centers of the models, as well as for the convective envelope of the modern Sun. We analyze the effects of the diffusion of heat and density on the evolution of the chemical-composition profile. Quantitatively, the effect of thermal diffusion is not very large, but it leads to the appearance of new features in the helium-abundance profile, namely, a discontinuity at the base of the convective zone. The effect of density diffusion is relatively small, and is appreciable only at the model center at late stages of the evolution, and also close to the base of the convective envelope. All the mechanisms studied are necessary components of a modern model for the internal structure and evolution of the Sun.