

**Практикум  
по теоретической астрофизике  
для студентов 5 курса**

Внутреннее строение звезд и звездная эволюция

Часть 2. Выполнение задач и вопросы

**Методическое пособие**

Государственный астрономический институт им. П.К.Штернберга,  
МГУ им. М.В.Ломоносова  
2008

## Оглавление:

- Введение
- Общее описание задачи STEV
- Как рассчитываются модели звезд и эволюционные треки в программе STEV
- Метод расчета моделей
- Описание блоков программы
- Задание 1 – Модели химически однородной звезды на начальной главной последовательности.
- Задание 2 – Звезды на главной последовательности. Строение звезд на главной последовательности.
- Задание 3. – Звезды на ветвях гигантов и сверхгигантов. Строение звезд на стадии красного гиганта и сверхгиганта
- Задание 4 – Особенности эволюция звезд разных масс и разных химических составов.
- Задание 5 – Расчет эволюционной модели Солнца.
- Приложение: Основные сведения о теории внутреннего строения и эволюции звезд
- Список рекомендованной литературы

## **Введение**

Астрофизический практикум «Внутреннее строение звезд и звездная эволюция», для студентов 5 курса астрономического отделения физфака МГУ, призван дополнить курсы теоретической астрофизики и способствовать закреплению полученных в них знаний. Программа STEV (STellar EVolution), рассчитывающая внутреннее строение и эволюцию звезд была разработана в Ленинградском университете на кафедре Астрофизики группой авторов под руководством профессора В. В. Иванова. Эволюционные коды строились на основании программ Б. Пачинского (В.Paczynski, Acta. Astronomica. 1970). В 1991 году программное обеспечение было приобретено ГАИШ МГУ для проведения практикума 5 курса. С тех пор оно неоднократно подвергалось модификации, как в части программирования, так и в методике предлагаемых задач. В настоящее время программное обеспечение практикума снабжено новым интерфейсом, и расчеты доступны через интернет.

В задачах, которые предлагаются в практикуме, рассчитываются модели звезд на разных стадиях их жизни, и изучается их внутреннее строение и эволюция. Предложенная программа способна рассчитывать модели звезд с широким набором масс и начальных химических составов. Расчет эволюции звезд начинается с момента загорания водорода в ядре звезды на начальной главной последовательности, далее рассчитывается горение слоевого водородного источника, и превращение звезды в красного гиганта. Запрограммирована также стадия горения гелия в ядре и горение слоевых источников (водородных и гелиевых). Программа доходит до горения углерода и кислорода в ядре звезды и соответственно перемещения ее на ветвь сверхгигантов.

На каждой стадии эволюции возможно рассмотрение отдельной модели звезды, а также ее эволюционного трека.

## Общее описание задачи

Внутреннее строение звезды определяется ее массой и химическим составом. Химический состав, в свою очередь, зависит от начального химического состава (на момент образования звезды) и возраста. Таким образом, задав массу и химический состав звезды, мы можем получить последовательность моделей внутреннего строения (эволюционный трек). Эволюционный трек состоит из точек – моделей звезды, имеющих разный возраст. Каждой точке трека соответствуют определенная светимость, радиус и эффективная температура.

Программный комплекс STEV предназначен для ознакомления с основами расчетов моделей звезд и звездной эволюции. Структурно комплекс программ состоит из нескольких блоков. Любой расчет начинается в блоке PHYSTAB с задания начального химического состава звезды. Блок PHYSTAB осуществляет подготовку физических таблиц для начала расчета, в частности рассчитывает таблицы непрозрачности вещества для заданного химического состава, таблицы термодинамических величин, связанных с уравнением состояния и таблицы скоростей ядерных реакций. Блок ZAMS рассчитывает модели однородных звезд на Начальной Главной Последовательности (НГП), для заданной массы звезды. Блок TRACK рассчитывает эволюционные треки звезд для заданной массы. Наконец, блок RESULT занимается обработкой результатов моделирования внутреннего строения звезд и треков и построением графиков. Более подробно об этих блоках см. ниже.

## Как рассчитываются модели звезд и эволюционные треки в программе STEV

Модели звезд рассчитываются в программе STEV с использованием ряда некоторых предположений и упрощений. Их полный список можно найти в любой классической книге по теории строения звезд, здесь же отметим только то, что звезда предполагается сферически симметричной. Таким образом, физические условия внутри звезды одинаковы во всех точках, имеющих одинаковое расстояние от центра; иными словами, рассчитываемые модели являются одномерными.

**Модель внутреннего строения звезды** (или коротко, модель звезды) представляет собой количественное описание ее внутренней структуры. Под внутренней структурой подразумевается изменение плотности, температуры, давления, химического состава и т.п. с радиусом. Внутренняя структура звезды может быть представлена в виде таблицы, каждая строка которой описывает одну точку по радиусу. Помимо этого, модель имеет также некоторый набор глобальных характеристик: массу, радиус, светимость. Модели хранятся в файлах **track.mod**, однако

внутренняя структура этих файлов здесь не описывается. Блок RESULT позволяет извлекать информацию из файлов типа track.mod.

**Эволюционный трек звезды** представляет собой временную последовательность моделей, начинающуюся на Начальной Главной Последовательности (НГП). Модель на НГП (называемая ZAMS модель от английского Zero-Age Main Sequence) полностью химически однородна и считается имеющей нулевой возраст. Сама по себе эволюция может происходить вследствие изменения химического состава (вызванного ядерными реакциями) и потери массы. Отдельные модели трека программа STEV не сохраняет, доступна только последняя модель из рассчитанных. Вдоль трека, однако, сохраняются глобальные параметры каждой модели: возраст, светимость, радиус, температура и плотность в центре, размер конвективной оболочки и др. Эти параметры сохраняются в файлах **track.trk** и по ним может быть построен эволюционный трек звезды на диаграмме Герцшпрунга-Ресселла. Блок RESULT позволяет извлекать интересующую вас информацию из файлов типа track.trk.

### **Метод расчета моделей**

Расчет модели звезды (и в частности модели ZAMS) представляет собой краевую задачу. Имеются уравнения строения и набор граничных условий; необходимо найти решение уравнений, удовлетворяющее граничным условиям. Для расчета модели ZAMS необходимо выбрать начальное приближение, а именно пробные значения светимости, эффективной температуры, центральной температуры и плотности. Имея эти пробные значения, можно произвести интегрирование уравнений строения одновременно от центра звезды и от поверхности до некоторой промежуточной точки (точки сшивки). Эти два интегрирования в точке сшивки не сойдутся, потому что наше начальное приближение не является точным. Поэтому следом производится подбор светимости, эффективной температуры, центральной температуры и плотности, чтобы достичь стыковки интегрирований в точке сшивки. Этот метод решения краевой задачи называется методом сшивки; он реализован в блоке ZAMS. Если начальные приближения выбраны неудачно, итерации в методе сшивки не сойдутся и модель рассчитана не будет. В настоящее время начальное приближение делается автоматически из таблиц, которые составлены для химического состава  $X=0.7$ ;  $Z=0.03$ . Для расчета звезд с другим химическим составом иногда приходится корректировать граничные и/или начальные условия.

При расчете в модели звезды отдельно выделяется статическая оболочка. Это делается для того, чтобы выделить области, где водород и гелий частично ионизованы и может находиться зоны неадиабатической конвекции, что вызывает быстрое изменение градиента температуры от точки к точке. Такое поведение градиента температуры вызывает

неустойчивую работу алгоритма интегрирования уравнений строения. Чтобы избежать этого, оболочка рассчитывается отдельно. Поскольку заранее строение оболочки неизвестно, программа рассчитывает сетку (набор) оболочек с разными значениями  $\lg(L)$  и  $\lg(T_{\text{eff}})$  и затем производит интерполяцию между ними. Размеры сетки должны быть заданы заранее. Координаты вершин "квадрата" должны быть выбраны таким образом, чтобы он охватил положение начальной модели звезды. Если размер сетки выбран неудачно, итерации в методе сшивки не сойдутся и модель рассчитана не будет. В этом случае необходимо увеличить (а иногда уменьшить, чтобы улучшить точность интерполяции) размер квадрата.

Расчет модели ZAMS происходит в два этапа. Сначала используется метод сшивки. В нем производятся пробные интегрирования от центра и от оболочки к некоторой срединной точке (точке сшивки); подбором центральных плотности и температуры, а также радиуса и светимости добиваются того, чтобы пробные интегрирования состыковались в точке сшивки (разумеется, подбор производится автоматически, не вручную). На выходе получаются центральная плотность, температура, радиуса и светимость. Они затем используются в методе Хеньи для уточнения модели. Этот метод использует уравнения строения, записанные в конечных разностях. Он работает быстрее метода сшивки, поэтому при дальнейшем расчете моделей эволюционного трека используется именно он. Сначала происходит расчет модели нулевого возраста методом сшивки, потому что он менее чувствителен к выбору начального приближения, а уж затем все остальные модели трека рассчитываются методом Хеньи.

## Описания блоков программы

### Блок PHYSTAB

Блок PHYSTAB, самостоятельно, без вашего участия, осуществляет подготовку некоторых физических таблиц, а именно таблицу коэффициентов непрозрачности, таблицу термодинамических величин, связанных с уравнением состояния и таблицу скоростей ядерных реакций. Так как моделирование звезд сильно зависит от заданной в этих таблицах физики, то остановимся на них более подробно, хотя вам и не придется их рассчитывать самостоятельно.

Начальный химический состав звезды задается двумя величинами: массовой долей водорода  $X$  и массовой долей элементов тяжелее гелия  $Z$ . Очевидно, что  $X+Y+Z=1$ , где  $X$  – массовая доля водорода,  $Y$  – массовая доля гелия и  $Z$  – массовая доля тяжелых элементов.

После того как вы задали начальный химический состав, программа производит следующие подготовительные действия:

**Первым шагом** в блоке PHYSTAB является вычисление коэффициента непрозрачности вещества  $\kappa$ . Коэффициент  $\kappa$  является функцией температуры и плотности при заданных  $X$  и  $Z$ . Эта небольшая таблица, получается путем интерполяции уже существующих внутри программы таблиц непрозрачности Кокса А. и Стюарта Дж. (Научн. информ. Астрон. совета АН СССР, 1969, вып.15, с.5-103). Таблицы Кокса и Стюарта вычислены для двадцати различных химических составов ( $0.0004 \leq Z \leq 0.04$  и  $0 \leq X \leq 1-Z$ ). Для расчета коэффициентов электронной теплопроводности используются таблицы Хаббарда У. и Лэмпа М. (Astrophys.J. Suppl., 1969, v.18, p.297), а также формула, аппроксимирующая числовые данные Кануто В. (Astrophys.J., 1970, v.159, p.641-652) для него же.

**Вторым шагом** в блоке PHYSTAB является вычисление таблицы термодинамических функций для трех эволюционно обусловленных химических составов (начальный химический состав, чистый гелий и чистый углерод), а также, вычисление массива скоростей нейтринных потерь энергии. Значения термодинамических функций можно найти, если задана модель уравнения состояния вещества. В STEV используются две модели уравнения состояния:

1) уравнение состояния для невырожденного газа, с произвольной степенью ионизации водорода и гелия, и диссоциации (молекулярного водорода), с учетом излучения, применялось при  $T \leq 5 \cdot 10^5$ , т.е. фактически только при расчетах моделей звездных оболочек;

2) уравнение состояния идеального газа с любой степенью вырождения и релятивизации электронной компоненты и с учетом излучения бралось при  $T \geq 5 \cdot 10^5$ , т.е. при нахождении структуры внутренних слоев.

Таблица значений давления, внутренней энергии, а также их производных по  $T$  и  $\rho$  для идеального электронного газа была рассчитана Б.Пачинским по классическим формулам, приведенным в книге С.Чандрасекара (Введение в учение о строении звезд. М.: ИЛ, 1950, 476 с.). Скорость потери энергии на излучение нейтрино, определялась в соответствии с работой Beaudet G., Petrosian V., Salpeter E.E. Astrophys.J., 1967, v.150, p.979-1000.

**Третьим шагом** блока PHYSTAB является расчет энерговыделения в водородных ядерных реакциях, в реакциях горения гелия, углерода и кислорода. Для этого были использованы следующие статьи:

1. Fowler W.A., Caughlan G.R., Zimmerman B.A. Ann. Rev. Astron. Astrophys., 1975, v.13, p.69-112
2. Harris M.J., Fowler W.A., Caughlan G.R., Zimmerman B.A. Ann. Rev. Astron. Astrophys., 1983, v.21, p.165-176).
3. Clayton D.D. Principles of stellar evolution and nucleosynthesis. N.Y. McGraw-Hill, 1968.

Факторы электронного экранирования, для реакций горения гелия, углерода и кислорода вычислялись по работе Graboske H.C., de Witt H.E., Grossman A.S., Cooper M.S. *Astrophys.J.*, 1973, v.181, p.457-474.

После подготовки всех этих таблиц можно приступить собственно к расчету моделей и треков звезд, т.е. переходить к блокам ZAMS и TRACK.

## Блок ZAMS

В этом блоке рассчитывается модель химически однородной звезды нулевого возраста, так называемая ZAMS модель от английского Zero Age Main Sequence.

Химический состав звезды определяется таблицами, которые были рассчитаны в блоке PHYSTAB. Чтобы изменить его, надо вернуться в блок PHYSTAB.

Для расчета модели необходимо задать массу звезды, массу оболочки, параметр теории длины пути перемешивания, коэффициент потери массы и параметр учета проникающей конвекции (два последних параметра в задачах практикума не используются).

Масса звезды задается в солнечных массах.

Масса оболочки обычно задается имеющей массу 0.1 от массы звезды.

Параметр теории конвекции  $\alpha$  определяется в рамках теории длины пути перемешивания (сокращенно ТДПП); согласно этой теории параметр  $\alpha$  - величина порядка единицы, равная отношению среднего пути  $l$ , проходимого конвективным элементом за время его существования, к шкале высот по давлению  $H_p$ ,  $\alpha = l/H_p$ , где  $H_p = P/(g \cdot \rho)$ ,  $P$  - давление,  $\rho$  - плотность и  $g$  - гравитационная постоянная. При этом предполагается, что средний путь, проходимый элементом, сравним с характерными размерами элемента. Обычно для звезд его полагают равным единице. В случае расчета модели современного Солнца, этот параметр подбирается для получения нужного радиуса и светимости.

Параметр потери массы в задачах практикума полагается равным 0, то есть масса звезды считается постоянной.

Параметр проникающей конвекции в задачах практикума полагается равным 1, т.е. конвекция считается не проникающей.

После задания массы звезды, массы оболочки и параметра теории конвекции вы попадаете на экран задания пробных значений начальных и граничных условий для расчета модели.

Чтобы рассчитать модель ZAMS, необходимо задать начальные и граничные условия. Для этого надо обладать априорными знаниями и знать начальные приближения для светимости, эффективной температуры, центральной температуры и плотности для звезды выбранной массы и хим. состава. В практикуме эти значения выбираются автоматически, в

зависимости от массы звезды. Они имеются только для одного хим. состава ( $X=0.7$ ;  $Z=0.03$ ).

Понятно, что иногда требуется ручная корректировка, особенно в случае химического состава, далекого от вышеназванного. Пробные начальные и граничные значения должны быть выбраны достаточно близко к точным (обычно с ошибкой не более 10%), иначе решение не будет найдено. Это выразится в том, что итерации будут сходиться очень медленно или даже вообще не будут сходиться (особенно это относится к звездам малых масс или с малым  $Z$ ).

Если итерации не сходятся, необходимо подобрать начальное приближение для  $L$ ,  $T_{\text{eff}}$ ,  $T_c$ ,  $\rho_c$  вручную. Один из возможных способов сделать это таков. Надо начать с модели, уже рассчитанной для некоторого (другого) набора  $M$ ,  $X$ ,  $Z$ . Эта модель даст первое приближение, далекое от требуемого решения. Необходимо постепенно двигаться от нее к нужному набору  $M$ ,  $X$ ,  $Z$ . При этом сначала следует пересчитать модель, придав значениям  $M$ ,  $X$  и  $Z$  небольшие приращения. Рассчитав модель для нового набора ( $M$ ,  $X$ ,  $Z$ ), повторяем вышеописанную процедуру снова и т.д., пока не приблизимся к искомой модели.

### **Блок TRACK**

Напомним, что здесь треком звезды называется совокупность моделей звезды, охватывающая некоторый интервал времени.

В этом блоке рассчитывается эволюционная модель звезды, начиная с ZAMS модели (т.е. с точки начальной главной последовательности). Если после окончания расчета вы хотите продолжить расчет той же звезды до большего возраста, то программа сделает это автоматически с последней рассчитанной модели.

Расчет может быть ограничен возрастом звезды, количеством моделей или процентным содержанием водорода в центре звезды (выбирается и работает только **одно** условие).

В некоторых случаях расчет трека останавливается, не достигнув требуемого критерия. Как правило, это означает, что трек ушел за квадрат оболочек, заданный перед расчетом ZAMS. В этом случае необходимо увеличить размеры этого квадрата (скажем, с 0.05 до 0.1) и произвести все расчеты (начиная с ZAMS) заново.

Чтобы произвести расчет трека заново (начиная с ZAMS), необходимо заново рассчитать ZAMS модель. Можно также очистить рабочий каталог и затем пройти блоки PHYSTAB и ZAMS.

### **Блок RESULT**

Блок RESULT состоит из двух пунктов меню:

1. Обработка результатов расчета моделей звезд.
2. Обработка результатов расчета треков.

Программа STEV получает большое количество расчетной информации. В пунктах меню вы можете выбрать и записать интересующие вас физические величины в соответствующий файл (не более пяти величин в один файл).

### Обработка результатов расчета моделей звезд

Таблица 1. показывает вам те физические величины, характеризующие модель звезды, которые записываются в файл **track.out** для дальнейшей обработки (только пять величин в один файл).

Таблица 1.

$M_k$ - лагранж. коорд. k-го узла;	$(\nabla_{ad} / \nabla_{rad})_k$ - отношение градиентов	$C_k$ - содержание углерода в k-ом узле
$R_k / R_\odot$ - расст. от центра звезды	$(\nabla_{rad})_k$ - лучистый град. температуры	$O_k$ - содержание кислорода в k-ом узле
$\log(T_k)$ - температура	$(\nabla_{ad})_k$ - адиаб. град. температуры	$R_{pp}$ - скорость pp-реакции
$\log(\rho_k)$ - плотность	$\log(\kappa)_k$ - непрозрачность	$R_{34}$ - скорость реакции ${}^3\text{He} + {}^4\text{He}$
$\log(L_k / L_\odot)$ - светимость	$\beta_k = P_{\text{газ}} / (P_{\text{газ}} + P_{\text{изл}})$ - отношение газового давления к полному	$R_{33}$ - скорость реакции ${}^3\text{He} + {}^3\text{He}$
$\log(P_k)$ - давление	$X_k$ - содержание водорода в k-ом узле	$R_{7p}$ - скорость реакции ${}^7\text{Be} + p$
$\log(U_k)$ - внутренняя энергия	$Y_k$ - содержание гелия в k-ом узле	$R_{7e}$ - скорость реакции ${}^7\text{Be} + e$

Напоминаем, что программа STEV не сохраняет все модели, а только последнюю модель из рассчитанных.

### Обработка результатов расчета треков

Таблица 2, показывает физические величины, характеризующие трек, т.е. изменение параметров моделей со временем, которые записываются в файл **track.out.1** (одновременно в файл можно записать не больше пяти величин).

Таблица 2.

$t$ – возраст (годы)k-й модели	$\log(P_c)$ - логарифм давления в центре
$M(t)$ - текущая масса звезды	$\log(T_c)$ - логарифм центральной температуры
$\log(L/L_\odot)$ – логарифм светимости	$\log(\rho_c)$ - логарифм центральной плотности
$\log(T_{eff})$ - логарифм эфф. температуры	$\log(\kappa)_c$ - непрозрачность в центре
$R/R_\odot$ - радиус	$\log(g)$ - ускорение силы тяжести
$M_{bol}$ - болометрическая абсолютная звездная величина	$X_c$ - содержание водорода в центре
$M_{cc}$ - масса конвективного ядра	$M_x$ - масса ядра, где выгорел водород
основание конвективной оболочки ( $M_{cenv} \leq M - M_{env}$ )	$Y_c$ - содержание гелия в центре
$\log(L_{He}/L_\odot)$ – вклад гелия в светимость	$M_y$ - масса ядра, где выгорел гелий
$\log(L_C/L_\odot)$ - вклад углерода в светимость	$C_c$ - содержание углерода в центре

Дальше работать можно как с треком, так с и отдельной моделью, напомним, что хранится и обрабатывается только последняя модель из посчитанного трека. Из файлов track.out и track.out.k, вы можете прямо на дисплее построить график и распечатать его (выбрав величины для X и Y осей и нажав "Обработать"). Если вы посчитали больше чем один трек, то отметив (удерживая курсор) все файлы track.out.k вы можете построить на графике несколько кривых.

### Блок FILES

Блок FILES, позволяет посмотреть и скопировать при необходимости рассчитанные файлы track.out и track.out.k. В блоке FILES предусмотрена возможность очистки рабочего каталога от старых уже ненужных файлов (в нем останутся только необходимые начальные данные).

# Задание 1 – Модели химически однородной звезды на начальной главной последовательности.

Вопросы допуска к первой задаче:

1. Что такое Начальная Главная Последовательность (НГП) на диаграмме Герцшпрунга-Расселла?
2. Какая физическая величина изменяется вдоль НГП?
3. Какие ядерные реакции идут в звездах на НГП?
4. Что такое критерий Шварцшильда?
5. Какие граничные условия используются при построении модели звезды?
6. Какие параметры звезды определяются в результате построения модели?
7. Качественно опишите распределение конвективных зон в звездах находящихся на НГП в зависимости от массы.

## ПОРЯДОК ВЫПОЛНЕНИЯ РАБОТЫ

Рассчитайте 6 моделей звезд на НГП для нескольких значений масс и химических составов, указанных преподавателем.

Например, модели для следующих значений относительного содержания (по массе) водорода  $X$  и металличности  $Z$ :  $X=0.7$ ;  $Z=0.03$ ; с массами  $0.5$ ,  $1.25$  и  $5 M_{\odot}$  и модели для тех же масс, но с другим химическим составом:  $X=0.7$ ;  $Z=0.0004$ .

В результате расчетов для каждой модели получаются таблицы в виде файла, содержащего характеристики этой модели. Используя эти файлы, заполните таблицу основных характеристик моделей звезд: светимость  $L/L_{\odot}$ , эффективная температура  $T_{eff}$ , радиус  $R/R_{\odot}$ , границы конвективной зоны (КЗ) в радиусах  $R_{кз}/R_*$  и в массовых координатах  $M_{кз}/M_*$ , размеры ядра звезды, где происходит выделение 99% энергии (в массовых координатах и в радиусах).

$M/M_{\odot}$	$X$	$Z$	$L/L_{\odot}$	$T_{eff}$	$R_*/R_{\odot}$	$R_{кз}/R_*$	$M_{кз}/M_*$	$R_{ядро}/R_*$	$M_{ядро}/M_*$

Ответьте на предложенные вопросы.

Вопросы к первой задаче:

1. Рассмотрите значения центральных температур  $T_c$ , плотностей  $\rho_c$ , давлений  $P_c$ , отношений газового давления к полному давлению  $\beta_c = P_2 / (P_2 + P_{из})$ , в зависимости от массы звезды. Объясните эти результаты.
2. Как ведут себя центральные характеристики звезды ( $T_c, \rho_c, P_c, \beta_c$ ), в зависимости от металличности? Рассмотрите звезды с одинаковыми массами, но разными металличностями. Объясните эти результаты.
3. Изучите поведение лучистого и адиабатического градиентов температур внутри звезды, на основании их поведения опишите расположение конвективных и лучистых зон внутри звезды. Исследуйте распределение конвективных зон для звезд разных масс.
4. Определите, как использованные вами металличности  $Z$  влияют на границы КЗ (для звезды одной массы).
5. Где будет располагаться НПП для звезд с меньшим  $Z$  на диаграмме Герцшпрунга-Рассела (относительно НПП для металличности  $Z=0.03$ )?
6. На какой массе происходит смена КЗ с оболочки на ядро?

## Задание 2 - Звезды на главной последовательности. Строение звезд на главной последовательности.

Вопросы допуска ко второй задаче:

1. Какие реакции относятся к pp-цепочкам и к CNO-циклу?
2. Сформулируйте законы “масса-радиус” и “масса-светимость” для звезд ГП.
3. Как меняется со временем внутреннее строение звезды за время ее жизни на ГП (качественная картина без цифр).

### ПОРЯДОК ВЫПОЛНЕНИЯ РАБОТЫ

Рассчитайте три эволюционных трека для звезд разных масс в течение времени их жизни на главной последовательности (ГП).

Постройте три трека для звезд разных масс на одном графике, а также графики зависимостей для радиусов, светимостей, центрального содержания водорода  $X_c$ , центрального содержания гелия  $Y_c$  и центральной плотности  $\rho_c$  от времени  $t$ .

Например три звезды: первая малой массы - меньше  $3M_{\odot}$ , вторая средней массы -  $3M_{\odot} < M_* < 8M_{\odot}$  и третья большой массы -  $M_* > 8M_{\odot}$ .

*Примечание:* - конец жизни звезды на ГП определяется обычно началом гравитационного сжатия для звезд средних и больших масс (звезды малых масс не испытывают гравитационного сжатия). При выполнении задания трек надо рассчитывать до момента, когда  $X_c$  станет  $\leq 1\%$ .

Ответьте на предложенные вопросы.

Вопросы ко второй задаче

1. Сравните времена жизни на ГП звезд разных масс.
2. Как изменятся радиус, светимость и эффективная температура звезды за время жизни на ГП. Рассмотрите поведения этих величин для звезд разных масс.
3. Рассмотрите изменение химического состава звезд за время жизни на ГП (графики зависимости  $X$  и  $Y$  по радиусу в ZAMS модели и в конце жизни на ГП)
4. Как изменятся центральные плотности звезд за время жизни на ГП?
5. Рассмотрите значение центральной температуры  $T_c$  и определите, достаточна ли она для загорания гелия при сходе звезды с ГП?
6. Определите, сколько водорода выгорело в звезде на момент схода с ГП в целом (в процентном отношении).

*Примечание:* для решения задачи надо численно посчитать интеграл  $\int X dm$  по данной модели. Это можно сделать с помощью любой математической программы, которой вы владеете.

7. Определите радиус и массу гелиевого ядра при сходе звезды с ГП.

Приведите следующие определения:

1. Что такое красный карлик?
2. Что такое коричневый карлик?



Графа  $R_{\text{ядра}} / R_*$  означает радиус ядра, в котором происходит 99% выделения энергии (рассматриваем радиус, где светимость выходит на постоянное значение).

*Примечание: так как в файле программы STEV, в котором записываются модели в зависимости от времени, сохраняется только последняя по времени модель, то для возврата к модели красного гиганта вам придется пересчитать трек еще раз, до нужного времени.*

Вопросы к третьей задаче.

1. В чем отличие в строении гиганта и сверхгиганта?
2. Оцените размеры “ядер” гигантов и сверхгигантов?
3. Сравните плотность ядра красного гиганта, и среднюю плотность его оболочки, сделайте то же самое для сверхгиганта

Пример ответа для звезды  $4M_{\odot}$  и хим. состава на НГП:  $X=0.7$ ;  $Y=0.03$ .

	$M / M_{\odot}$	$t$	$n$	$\lg(L / L_{\odot})$	$\lg(T_{\text{eff}})$	$R_* / R_{\odot}$	$R_{\text{яд.реакц.}} / R_*$	$Y_c$	$C_c$
ZAMS	4	0	1	2.349	4.16	2.41	0.23	0.27	0
гигант	4	1.034	100	2.283	3.64	24.6	0.11	0.97	0
сверх гигант	4	1.590	750	2.925	3.59	65.7	0.031	0	0.56

ZAMS:

$M_k / M_{\odot} = 0.803$  – массовая координата конвективного ядра по отношению к массе Солнца

$R_{\text{con}} / R_{\odot} = 0.400$  – радиус конвективного ядра по отношению к радиусу Солнца

Гигант:

$M_k / M_{\odot} = 2.27$  - массовая координата основания конвективной оболочки по отношению к массе Солнца;

$R_{\text{conv}} / R_{\odot} = 10.60$  - радиус основания конвективной оболочки по отношению к радиусу Солнца;

$M_k / M_\odot = 0.400$  масса ядра, в котором выгорел водород по отношению к массе Солнца;

$R / R_\odot = 0.071$ : радиус ядра, в котором выгорел водород по отношению к радиусу Солнца;

Сверхгигант:

$M_k / M_\odot = 0.86$  - массовая координата основания оболочки по отношению к массе Солнца;

$R_{conv} / R_\odot = 6.51$  - радиус основания конвективной оболочки по отношению к радиусу Солнца;

$M_k / M_\odot = 0.72$  масса ядра, в котором выгорел водород по отношению к массе Солнца;

$R / R_\odot = 0.10$  радиус ядра, в котором выгорел водород по отношению к радиусу Солнца;

$M_k / M_\odot = 0.32$  масса ядра, в котором выгорел гелий, по отношению к массе Солнца;

$R / R_\odot = 0.017$  радиус ядра, в котором выгорел гелий, по отношению к радиусу Солнца;

#### Задание 4. Особенности эволюции звезд разных масс и разных химических составов.

Вопросы допуска к четвертой задаче.

1. Что происходит со звездой после выгорания водорода в ядре?
2. Почему загорается слоевой источник после выгорания водорода в ядре?
3. Что такое ветвь субгигантов?
4. Что происходит со звездой после выгорания гелия в ядре?
5. Что такое асимптотическая ветвь сверхгигантов?
6. Какое горение выделяет больше энергии на нуклон (или на грамм) — водорода или гелия?

#### ПОРЯДОК ВЫПОЛНЕНИЯ РАБОТЫ

Рассчитайте эволюционные треки для двух звезд разных масс с одинаковым хим. составом на НГП, треки рассчитываются до момента загорания гелия в

ядре. Постройте два трека на одном графике и укажите, какие основные фазы жизни звезды вы можете отождествить на этих треках.

Рассчитайте для двух звезд одинаковых масс, но разного начального хим. состава треки до момента загорания гелия в ядре. Постройте эволюционные треки на предыдущем графике.

Определите времена жизни на разных этапах эволюции звезд. Постройте графики  $R$ ,  $L$ ,  $X_c$ ,  $Y_c$  и  $\rho_c$  от  $t$ .

*Примечание: момент загорания гелия определяете по началу уменьшения центрального содержания гелия, например на 1%.*

Заполните таблицу.

Занесите в таблицу время загорания и количество моделей, посчитанных STEV до момента загорания гелия в ядре.

M	X	Z	$\Delta t$ ГП	$\Delta t$ грав.сж	$\Delta t$ красн. гиганта	T заг. He	N

Вопросы к четвертой задаче:

1. Назовите основные этапы жизни звезды и оцените их продолжительность (в частности, сравните время жизни звезды на главной последовательности и время жизни звезды на стадии красного гиганта)?
2. Как время эволюции зависит от массы звезды?
3. Как время пребывания на очередном эволюционном этапе зависит от химического состава звезды на НГП?
4. Укажите характерные особенности эволюции звезд малых, средних и больших масс.

Пример выполнения задания 4:

M	X	Z	$\Delta t$ ГП	$\Delta t$ грав.сж	$\Delta t$ красн. гигант	t заг. He	N
5	0.7	0.03	$5.41 \cdot 10^7$	$1.5 \cdot 10^6$	$5 \cdot 10^5$	$5.95 \cdot 10^7$	124
10	0.7	0.03	$1.40 \cdot 10^7$	$0.4 \cdot 10^6$	$1.85 \cdot 10^5$	$1.46 \cdot 10^7$	86
10	0.7	0.004	$1.12 \cdot 10^7$	$0.5 \cdot 10^6$	$2.08 \cdot 10^5$	$1.31 \cdot 10^7$	61

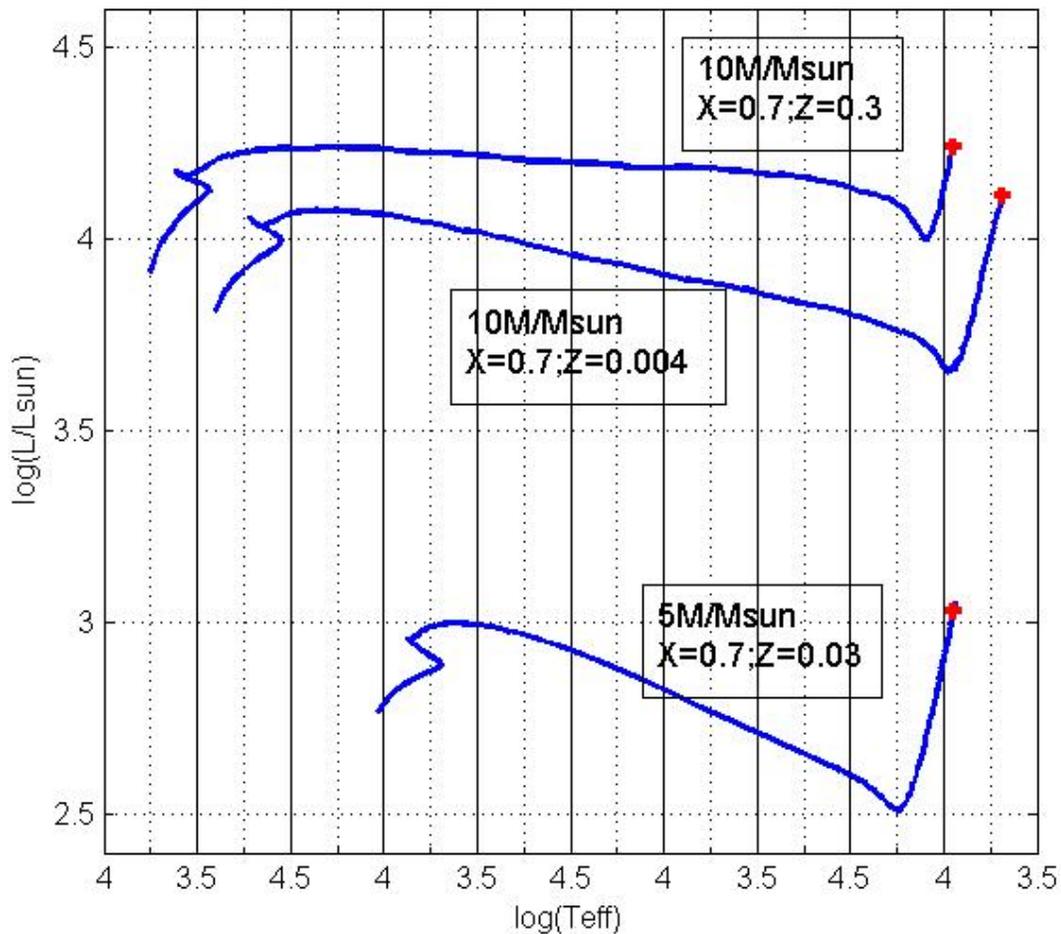


Рис.1. Эволюционные треки для звезд с массами  $5 M_{\odot}$  и  $10 M_{\odot}$  и  $X=0.7; Z=0.03$ , а также для звезд с массой  $10 M_{\odot}$  и  $X=0.7; Z=0.03; 0.004$ . Точками на графике отмечены моменты загорания гелия в ядре звезд (момент загорания гелия определяется по началу уменьшения центрального содержания гелия на 1%).

### ЗАДАНИЕ 5. Расчет эволюционной модели Солнца.

Расчет модели Солнца имеет некоторые особенности по сравнению с построением моделей звезд. Мы знаем из наблюдений радиус Солнца, его светимость и массу, из возраста старейших метеоритов мы знаем возраст Солнца -  $t_c$ . Следовательно, необходимо рассчитать эволюцию звезды с массой Солнца, подобрав определенные свободные параметры так, чтобы к моменту  $t_c$ , звезда с массой и химическим составом Солнца имела светимость и радиус Солнца. Это достигается в процессе последовательных счетных приближений.

Обычно в расчетах стандартной модели современного Солнца (ССМ), используют два свободных параметра - начальное содержание гелия  $Y_0$  и параметр теории конвекции  $\alpha$ . Задав некоторые значения  $Y_0$  и  $\alpha$  в качестве начального приближения, далее вычисляют эволюционную последовательность моделей до тех пор, пока не достигнут возраста современного Солнца. Полученные модельные величины - светимость и радиус сравнивают с известными солнечными светимостью и радиусом, и вносятся коррективы в  $Y_0$  и  $\alpha$ , после чего процедура повторяется, пока  $R$  и  $L$  для модели современного Солнца не будут определены с заданной точностью. Такова классическая схема расчета стандартной модели Солнца.

## ПОРЯДОК ВЫПОЛНЕНИЯ РАБОТЫ

Рассчитайте модель современного Солнца, которое имеет возраст  $4.5 \cdot 10^9$  лет. Точность подбора  $R$  и  $L$  к значениям для современного Солнца, должна равняться  $10^{-2}$ . Продолжите расчет эволюционного трека до конца жизни Солнца на главной последовательности. *Примечание: для этого, например в меню расчета трека можно задать содержание водорода в центре  $X_c \leq 1\%$  от первоначального.*

Получив модели Солнца разного возраста, заполните следующую таблицу и ответьте на вопросы.

	$\lg(\rho_c)$	$\lg(T_c)$	$\lg(T_{eff})$	$\lg(L/L_\odot)$	$R/R_\odot$	$X$	$Y$	$Z$	$\alpha$
ZAMS									
совр. модель									
модель конца ГП									

### Техника расчета

Предполагается что начальные значения  $Y_0$  и  $Z_0$  в модели ZAMS совпадают со значениями,  $Y$  и  $Z$  на поверхности современного Солнца.

*Примечание: Предполагается, что за время эволюции не было перемешивания внутренних и внешних слоев. Поэтому наблюдаемое содержание элементов на поверхности должно соответствовать исходному химическому составу Солнца в начале эволюции.*

В наших расчетах мы предполагаем  $Z$  постоянным и равным 0.018. Будем варьировать величину  $X_0$ . В качестве первого приближения можно взять

значения из интервала  $0.70 < X_0 < 0.76$ . Для параметра конвекции  $\alpha$  также установим рамки, что бы не слишком далеко отклоняться от модели:  $1.3 < \alpha < 1.6$ .

*Примечание: в ZAMS меню, в графе “масса оболочки в массах Солнца” надо задать массу оболочки Солнца  $M_{env} = 0.03M_{\odot}$ , а не  $M_{env} = 0.1M_{\odot}$ .*

Вопросы к пятой задаче.

1. Сравните модель нулевого возраста и модель современного Солнца, на сколько процентов изменились радиус  $R_{\odot}$ , светимость  $L_{\odot}$  и эффективная температура  $T_{eff}$  Солнца? Сравните другие модельные характеристики: центральные температуру, плотность, содержание водорода и гелия ( $T_c, \rho_c, X_c, Y_c$ ).
2. Какая была светимость Солнца во времена динозавров в Юрский период (примерно от 146-200 миллионов лет назад)? На сколько процентов она отличалась от современной (постройте график  $L$  от  $t$ )?
3. Предположим, что при возрастании светимости Солнца на 5% на Земле нельзя будет жить. Оцените время, которое осталось для развития человеческой цивилизации.
4. Оцените глубину и массу конвективной зоны вашей модели (в абсолютных единицах (км,г) и в относительных ( $M/M_{\odot}, R/R_{\odot}$ )?  
*Примечание: наблюдаемое значение глубины КЗ (по данным гелиосейсмологии) равно  $0.0713 \pm 0.003R/R_{\odot}$ .*
5. Как изменялась КЗ Солнца от ZAMS модели до наших дней? (приведите графики изменения массы вещества входящего в КЗ и изменение глубины КЗ).
6. Что можно сказать о роли давления излучения в центральных и в самых внешних слоях Солнца? *Примечание: используйте величину  $\beta$  - отношение газового давления к полному из меню RESULT.*
7. Сравните величины  $X_c$  и  $Y_c$  в ZAMS модели и в модели современного Солнца?
8. Чему равна масса и радиус солнечного ядра, то есть области, в которой сейчас выделяется 99% всей энергии?

## Список рекомендованной литературы

### Учебники

1. Засов А. В., Постнов К. А.. Общая Астрофизика. Фрязино, Век2, 2006.

### Литература на русском языке

1. Зельдович Я.Б., Блинников С.И., Шакура Н.И.. Физические основы строения и эволюции звезд. М.:МГУ, 1982.  
<http://www.astronet.ru:8101/db/msg/1175488>
2. Батурин В.А., Миронова И.В., Сурдин В.Г.. “Физика и эволюция звезд” в книге "Астрономия: век XXI". Редактор-составитель В.Г.Сурдин. Фрязино:"Век 2",2007
3. Бисноватый-Коган Г.С.. Физические вопросы теории звездной эволюции. М., Наука, 1989. <http://www.astronet.ru:8101/db/msg/1190413>
4. Внутреннее строение звезд, под ред. Л.Аллера и Д.Мак-Лафлина. Мир, М.,1970.
5. Гибсон Э. - Спокойное Солнце. Мир, М., 1977.
6. Каплан С.А.. Физика звезд, изд. 3, Наука, М., 1978.
7. Масевич А.Г., Тутуков А.В.. Эволюция звезд: Теория и наблюдения, Наука, М., 1988.
8. Тейлер Р.. Строение и эволюция звезд. Мир, М., 1973.
9. Шварцшильд М.. Строение и эволюция звезд. УРСС, М., 2004.

### Некоторые классические книги по теории эволюции звезд

1. **Eddington A.S.** (1926) The Internal Constitution of the Stars. Cambridge: Cambridge University Press.
2. **Chandrasekhar S.**(1939) An introduction to the study of stellar structure. Chicago, Ill., The University of Chicago press.
3. **Schwarzschild M.** Structure and Evolution of the Stars (1965), New York: Dover Publication
4. **Clayton D.D.** Principles of Stellar Evolution and Nucleosynthesis, (1968), New York: McGraw-Hill.
5. **Cox J.P. and Giuli R.T.** Principles of Stellar Structure (1968). New York, Gordon and Breach.