

Расчет стандартной модели Солнца в астрофизическом практикуме для студентов старших курсов астрономического отделения МГУ

Кононович Э.В., Миронова И.В. (mir@sai.msu.ru)

Государственный астрономический институт им.П.К.Штернберга.

Введение

Солнце является уникальной звездой, единственной которую можно наблюдать с близкого расстояния. Из наблюдений хорошо известны такие характеристики Солнца, как масса, радиус и светимость. В последние десятилетия, благодаря ряду экспериментов, к ним добавились новые данные о свойствах собственных акустических колебаний Солнца, лежащих в основе нового перспективного раздела физики Солнца – гелиосейсмологии (Gough *et al.* 1996) и данные о наблюдаемых потоках нейтрино от Солнца. Для проверки современной теории внутреннего строения Солнца, а также физики элементарных частиц, чрезвычайно важны результаты этих экспериментов, получаемые при помощи ряда специальных детекторов (см. обзор Bahcall, Pinsonneault, Basu, 2001). В этой связи расчеты теоретических моделей Солнца имеют особое значение, поскольку их можно сравнивать с данными наблюдений, осуществляя тем самым их проверку, что недоступно для теоретических моделей звезд.

Методика расчета стандартной солнечной модели представляет учебный интерес, так как она позволяет оценить, в какой степени неопределенность теоретических представлений влияет на точность расчетов моделей. Важно установить, в какой степени выбор свободных параметров позволяет согласовать результат расчетов с данными наблюдений Солнца, а также выявить неизбежные их противоречия с теоретическими моделями.

В астрофизическом практикуме “Внутреннее строение звезд и звездная эволюция” Государственного астрономического институтата им.П.К.Штернберга, МГУ им. М.В.Ломоносова для студентов 5 курса наряду с задачами по строению и эволюции звезд решается задача по расчету стандартной модели Солнца (ССМ). Само понятие стандартной солнечной модели и заложенные в его основу физические принципы, присущие ему неопределенности и неточности и в то же время очень хорошее согласие с наблюдениями даже такой несовершенной модели является очень сильным аргументом в пользу правильности современных представлений о теории строения и эволюции звезд в целом (совпадение наблюдаемых и рассчитанных собственных частот колебаний Солнца порядка 1%). ССМ является обоснованием того, что сходные принципы построения теоретических моделей можно использовать и для звезд. Нелишне отметить, что именно несовпадение наблюдаемых потоков нейтрино с предсказаниями стандартной солнечной

модели во многом стимулировало работы, которые, в конце концов, привели к открытию осцилляций нейтрино, а следовательно и к оценке их массы (Гинзбург, 2002, Ерошенко, 2002 и ссылки в этих работах).

Данные наблюдений

Как уже отмечалось выше, радиус, масса и светимость Солнца известны из наблюдений. Масса Солнца ($M=1.989 \cdot 10^{33}$ г) определена с относительной точностью $\pm 0.02\%$ (Cohen, Taylor 1986). Масса определяется на основании законов движения планет. Измеряемый видимый радиус Солнца соответствует оптической глубине в солнечной атмосфере для видимого излучения $\square = 0.001$ и равен $R = 6.96 \cdot 10^{10}$ см с точностью $\pm 0.01\%$ (Ulrich, Rhodes 1983). Радиус измеряется во время прохождения планет по диску Солнца, а также во время солнечных затмений. Светимость Солнца составляет $L = 3.8515 \cdot 10^{33}$ эрг/с с точностью $\pm 0.35\%$ (Hickey, Alton 1983). Она вычисляется по измерениям солнечной постоянной со спутников. Совокупно современную точность наблюдений этих величин можно примерно оценить как $\pm 0.4\%$.

Возраст Солнца принимается равным возрасту Солнечной системы и соответствует возрасту самых старых метеоритов $t=4.52 \pm 0.04$ млрд. лет (Guenther 1989). По некоторым другим данным $t=4.75$ млрд. лет, что может привести к изменениям радиуса и светимости меньшим, чем точность их измерения (Bahcall, Pinsonneault, Basu 2001, параграф 3.1).

В последние десятилетия добавились независимые величины, которые известны из наблюдений, - это спектр частот пятиминутных акустических колебаний Солнца и регистрируемые потоки нейтрино от Солнца. Эти независимые данные могут служить тестом для теоретической модели Солнца. Отметим, что и потоки нейтрино и частоты акустических колебаний не совпадают с предсказаниями ССМ.

Пятиминутные колебания Солнца были открыты в 1962 году (Leighton, Noyes, Simon 1962) и с тех пор наблюдаются и анализируются более сорока лет. Диапазон наблюдения р-мод от 1500 до 4000 мкГц, а точность наблюдения р-мод в среднем 1 мкГц, что является предельно высокой точностью, достигнутой в астрофизике. Расхождение наблюдаемых и теоретически вычисленных мод составляет от 1 до 15 мкГц (Ulrich, Rhodes 1983). Для частот больших 3000 мкГц расхождение больше - порядка 20-25 мкГц. Таким образом, в среднем теоретические и наблюдаемые частоты совпадают с точностью до 1%. Вместе с тем точность самих наблюдений достигает 0.01%, а для некоторых мод еще выше.

Количество нейтрино от Солнца регистрируется в многочисленных экспериментах с разнообразными детекторами (см. обзор Bahcall, Pinsonneault, Basu, 2001). Более тридцати лет физикам не давало покоя значительное (в два – три раза!) расхождение наблюдаемого и теоретического потока солнечных нейтрино. Ученые, рассчитывающие ССМ, никак не могли

согласиться, что внутренние неточности модели способны привести к такому расхождению. В настоящее время спор, по-видимому, завершен: ССМ признана в общем правильной, а ревизии подвергаются представления о физике нейтрино. Признано существование осцилляций нейтрино, т.е. переход одного вида нейтрино в другое. Эта возможность впервые теоретически была предсказана Б. Понтекорво (Pontecorvo 1968). Ее следствие – отличная от нуля масса покоя нейтрино (см. обзор Bahcall, Pinsonneault, Basu 2001). Таким образом, современные детекторы регистрируют не все нейтрино, образовавшиеся на Солнце, так как часть их превращается в другие, нерегистрируемые виды нейтрино. Если придерживаться этой точки зрения, то согласие потоков вполне хорошее (см. обзор Bahcall, Pinsonneault, Basu 2001). Более того, по последним сообщениям, полученным из обсерватории “Садбери” (Канада) на детекторе SNO, который регистрирует не только электронные, но и мюонные и тау-нейтрино, полный поток всех трех видов нейтрино в точности равен рассчитанному по ССМ потоку электронного нейтрино (Ерошенко, 2002).

Что такое стандартная солнечная модель.

Стандартной солнечной моделью называется эволюционная модель звезды с возрастом Солнца, имеющая солнечные радиус, массу светимость и химический состав.

При расчете ССМ ставится задача рассчитать эволюцию звезды с массой и химическим составом Солнца, заранее подобрав определенные свободные параметры так, чтобы звезда с возрастом и массой Солнца имела светимость (L) и радиус (R), равные солнечным. Естественно такая задача требует итераций. Существует два свободных параметра, которые входят в расчет стандартной модели Солнца - это первоначальное содержание гелия Y_0 в однородной модели нулевого возраста и параметр теории конвекции a . Задав при расчете модели нулевого возраста Y_0 и a , вычисляют эволюционную последовательность моделей до тех пор, пока не будет достигнут возраст современного Солнца. Полученная модельная светимость и радиус сравниваются с солнечными и вносятся соответствующие коррективы в Y_0 и a , пока L и R не будут определены с заданной точностью.

Свободные параметры стандартной солнечной модели

Остановимся несколько подробнее на двух свободных параметрах ССМ – первоначальном содержании гелия в однородной модели нулевого возраста и параметре теории конвекции. Предполагается, что у Солнца никогда не было конвективного ядра и, следовательно, никогда за время жизни не было перемешивания и дополнительного выноса элементов в атмосферу. Поэтому наблюдаемое содержание элементов должно соответствовать исходному химическому составу Солнца в начале эволюции (модель нулевого возраста). Однако, строго определить содержание

гелия в солнечной атмосфере исключительно трудная задача из-за высокого потенциала ионизации и возбуждения его атомов и практического отсутствия линий гелия в спектре Солнца. Из наблюдений обычно определяют отношение содержания тяжелых элементов Z по отношению к содержанию водорода X . Для Солнца в среднем по разным оценкам отношение $Z/X = 0.0245 \pm 0.001$ (Grevesse, Noels 1993). Обычно в начале расчетов принимают некоторое значение Z_0 в малых пределах от 0.018 до 0.02. и находят содержание гелия из условия $Y_0 = 1 - X_0 (1 + Z_0/X_0)$. В этих расчетах использование в качестве свободного параметра содержания гелия Y_0 очень удобно, поскольку светимость экспоненциально зависит от молекулярного веса, что обеспечивает быструю сходимость результатов.

Вторым свободным параметром солнечной модели является параметр теории конвекции a , определяющий величину температурного градиента в конвективной оболочке Солнца. Конвективная оболочка начинается на глубине примерно 200000 км. Подробный разбор теории конвекции не входит в нашу задачу, однако общие представления о ней у студентов все же должны быть. С этой целью в теоретическом сопровождении задания существует краткое описание теории длины пути перемешивания (ТДПП) (Vöhm-Vitense 1958; Cox, Giuli 1961). Согласно этой теории параметр a - величина порядка единицы, равная отношению среднего пути l , проходимого конвективным элементом за время его существования, к шкале высот по давлению H_p . $a = H_p / l$, где $H_p = P/(rg)$, P - давление, r - плотность и g гравитационная постоянная. При этом предполагается, что средний путь, проходимый элементом, сравним с характерными размерами элемента. Для использования данной теории необходимо задать значение параметра a . Для первого приближения можно его принять равным 1. Расчеты показывают, что этот параметр больше влияет на вычисляемый радиус, чем на светимость.

Расчет стандартной солнечной модели

Расчет эволюции Солнца в рамках современной теории внутреннего строения и эволюции звезд и в свете того, что нам известно о современном Солнце, основан на следующих предположениях:

1. Солнце является сферически симметричным телом и находится в гидростатическом равновесии.
2. Солнце находится в тепловом равновесии, т.е. его светимость обусловлена ядерной и гравитационной энергией.
3. Ядерные реакции идут в p-p цепочке и CNO цикле, в которых водород превращается в гелий.

4. Перенос энергии из ядра наружу осуществляется лучистым переносом в лучистой зоне и конвективным в конвективной. Начало конвекции определяется критерием Шварцшильда.
5. На Солнце нет макроскопических движений, способствующих перемешиванию вещества за пределами конвективной зоны.

Что не учитывается в стандартной солнечной модели, и что соответственно следовало бы добавить в нестандартную модель:

1. Профиль вращения Солнца по радиусу и по широтам.
2. Магнитное поле Солнца.
3. Изменение массы (не учитывается потеря массы связанная с солнечным ветром или из-за перехода массы в энергию, так как это слишком малая величина по сравнению с общей массой Солнца).
4. Добавим, что в настоящее время в ССМ стандартно добавляют еще механизм осаднения тяжелых элементов и гелия к центру Солнца за время эволюции Солнца, что позволяет лучше согласовать глубину КЗ и содержание гелия в атмосфере с гелиосейсмическими наблюдениями, однако в модели, используемой в практикуме, этот механизм не учтен.

Отметим, что магнитное поле и вращение Солнца, слишком слабы, чтобы заметно изменить градиент температуры и плотности во внешних слоях Солнца. Расчет ведется путем численного интегрирования с использованием традиционной системы четырех дифференциальных уравнений строения звезд дополненных уравнением состояния плазмы. Их решение позволяет найти пять независимых величин: давление P , температуру T , плотность ρ , текущие значения зависимости массы и светимости от радиуса $M(r)$ $L(r)$ (см. например, Зельдович, Блинников, Шакура, 1981). В этих уравнениях при расчете модели Солнца считаются известными четыре функции недостаточно надежно определенные, а именно: функция непрозрачности вещества, функция скорости выделения энергии в ядерных реакциях, уравнение состояния плазмы (функция, связывающая P, T, ρ и химический состав) и результаты расчета конвективного градиента температуры (получаются из теории конвекции). Первая функция (непрозрачности вещества) вычисляется в зависимости от химического состава, температуры и плотности. Ввиду сложности расчета она вычисляется до сих пор лишь немногими группами астрофизиков и представлена в табличной форме. В частности в настоящей программе использованы довольно старые таблицы непрозрачности Cox, Stewart 1969. Даже в современных таблицах ошибки в значениях непрозрачности могут достигать 20% (по краям таблиц). При расчете Солнца ошибки могут быть до 10% во внутренних областях. (Demarque, Christensen-

Dalgaard, Guenther 1988). До настоящего времени непрозрачности являются самым большим источником ошибок при расчете солнечных моделей. В расчете модели Солнца используются сечения ядерных реакций для ppI, ppII и ppIII цепочек и CNO цикла. Сечения ядерных реакций определяются в лабораторных условиях с точностью $\pm 1\%$ (Parker 1986). Внутри Солнца, где водород и гелий полностью ионизованы, можно использовать уравнение состояния идеального газа, в областях же включающих в себя зоны ионизации водорода и гелия уравнение состояния рассчитывается с использованием многочисленных поправок и применяется в табличной форме. Что касается теории конвекции, то для расчета моделей Солнца до сих пор используют теорию длины пути перемешивания, разработанную еще в 1958 Вöhm-Vitense. Физика, заложенная в ее основу довольно примитивна, но основные трудности возникают в узком сверхадиабатическом приповерхностном слое (порядка нескольких сотен километров), поведением которого и можно управлять при помощи свободного параметра α , который контролирует крутизну сверхадиабатического градиента и одновременно влияет на наблюдаемый радиус Солнца, при этом не оказывая существенного влияния на внутреннюю структуру Солнца.

Почти все улучшения, которые можно сделать в стандартной солнечной модели, основаны на уточнении значений этих четырех функций. Существует огромное количество работ посвященных влиянию каждой из этих функций на ССМ. Суммируя многочисленные исследования можно сказать, что все неопределенности значений функций, входящих в расчет, приводят к неопределенностям теоретически рассчитанных частот порядка 1мкГц т.е. 0.1% (Ulrich, Rhodes 1983). Напомним, что расхождения с наблюдениями на порядок больше. Поэтому можно сказать, что совпадение наблюдаемых и расчетных значений собственных частот Солнца находится в пределах 1% (Guenther, Demarque, Kim, Pinsonneault 1992).

Точность стандартной солнечной модели

Точность наблюдений R, L и M можно оценить как $\pm 0.4\%$, поэтому и расчетные модели Солнца не было смысла считать точнее. В настоящее время для проверки ССМ используется наблюдаемый спектр пятиминутных колебаний. Как уже отмечалось, точность наблюдения p -мод очень высока и составляет от $\pm 0.1\%$ до 0.01%, а для некоторых мод еще выше до 0.001%. Поэтому современные ССМ рассчитывают также с большой точностью, для возможности сравнения друг с другом и со спектром пятиминутных колебаний. Все неопределенности входящие в модель все равно дают совпадение наблюдаемых и вычисленных по ССМ собственных частот колебаний только в пределах $\pm 1\%$. (Guenther, Demarque, Kim, Pinsonneault 1992), тогда как сами частоты наблюдаются на порядок или даже на несколько порядков точнее. Таким образом, наблюдения настолько совершенны, что появляется

возможность уточнять физические процессы на основании расчетов модели ССМ. Этой проблеме посвящены сотни статей за последние десятилетия.

Выполнение практикума

Первое задание, которое предлагается студентам – это построение стандартной солнечной модели путем подбора двух свободных параметров. Студент задает первоначальные Y_0 и a и рассчитывает модель Солнца, т.е. звезды с массой $1M_\odot$ и возрастом 4.5 млрд. лет, пользуясь предоставленными ему программами расчета эволюции звезд. В качестве первоначальных значений можно принять $Y_0 = 0.265$, $Z_0 = 0.025$ (справочник Аллена 1977) и $a=1$. Естественно, получившиеся значения радиуса и светимости могут не соответствовать солнечным. В этом случае, изменяя несколько раз Y_0 и a , добиваемся, чтобы радиус и светимость с заданной точностью приблизились к современным солнечным значениям. В современных профессиональных научных моделях точность задается до 10^{-6} , но в учебной задаче нет необходимости в точности большей 10^{-3} . Рассчитав, таким образом, модель Солнца студент заполняет таблицу, сравнивающую полученную им начальную модель (или ZAMS модель, по первым буквам английского Zero Age Main Sequence) с полученной им моделью современного Солнца. Это является первым этапом задачи. Затем надо ответить на ряд вопросов, используя полученную модель как инструмент для ответов. Вопросы касаются как строения современного Солнца, так и эволюционных изменений во внутреннем строении Солнца за время жизни на ГП.

Пример выполнения первой части задачи

Стандартная солнечная модель $X=0.7616$; $Y=0.2204$; $Z=0.018$; $a = 1.33$

Модель	$\lg(r_c)$	$\lg(T_c)$	$\lg(T_{eff})$	$\lg(L/L_\odot)$	R/R_\odot	Y_c
ZAMS	1.91	7.107	3.754	-0.164	0.862	0.22
совр.мод	2.21	7.183	3.763	-0.001	0.997	0.60

Анализируя полученные данные, отмечаем, что в начале эволюции Солнце было чуть меньше, чем сейчас ($R = 0.9R_\odot$); незначительно холоднее ($T = 5675K$ по сравнению с $T = 5794K$), а также имело меньшую светимость $L = 0.7L_\odot$. При этом к настоящему времени в центре выгорело примерно половина первоначального водорода (современное значение содержания водорода в центре $X_c = 0.382$).

Варианты вопросов по строению и эволюции Солнца.

1. Сравните модель нулевого возраста и модель современного Солнца: на сколько процентов изменились радиус и светимость Солнца? Сравните другие модельные характеристики T_c, P_c, r_c, X_c, Y_c .
2. Какая была светимость Солнца во времена динозавров в Юрский период (на сколько процентов она отличалась от современной)? Юрский период продолжался примерно от 146 до 200 миллионов лет назад. (Обязательно постройте график L от t).
3. Какая светимость и радиус будут у Солнца в конце его жизни на главной последовательности (задайте содержание водорода в центре Солнца равным 1% от первоначального) и какой у него будет при этом возраст?
4. Исходя из предположения, что при возрастании светимости Солнца на 3% на Земле заведомо нельзя будет жить, оцените время, которое осталось для развития человеческой цивилизации.
5. Нарисуйте графики изменения R, L и T_{eff} за время жизни Солнца на ГП. Какая величина меняется меньше всего?
6. Оцените глубину и массу конвективной зоны Солнца, помните, что эта величина известна из наблюдений и если Ваше значение сильно не совпадает с наблюдаемым то следовательно Вы посчитали не Солнце. Наблюдаемое значение глубины КЗ (по данным гелиосейсмологии) равно 0.7117.
7. Как изменялась КЗ Солнца от ZAMS модели до наших дней? (приведите графики изменения массы вещества входящего в КЗ и изменение глубины КЗ).
8. Оцените эффективный индекс политропы n для внутренних слоев Солнца (для определения, ОБЯЗАТЕЛЬНО строится график). Напомним, что $P: r^c$, где $c = n + 1/n$.
9. Чему равна масса и радиус солнечного ядра, в котором выделяется 99% всей энергии?
10. Какая доля водорода выгорела в центре Солнца к настоящему времени?
11. Какая доля водорода выгорела на Солнце в целом (к настоящему времени)?
12. Какую долю от общего давления составляет газовое давление и давление излучения в центре Солнца?

Ниже приведены графики расчетов эволюции и внутреннего строения Солнца, выполненные на практикуме, их анализ позволяет ответить на большинство из приведенных выше вопросов.

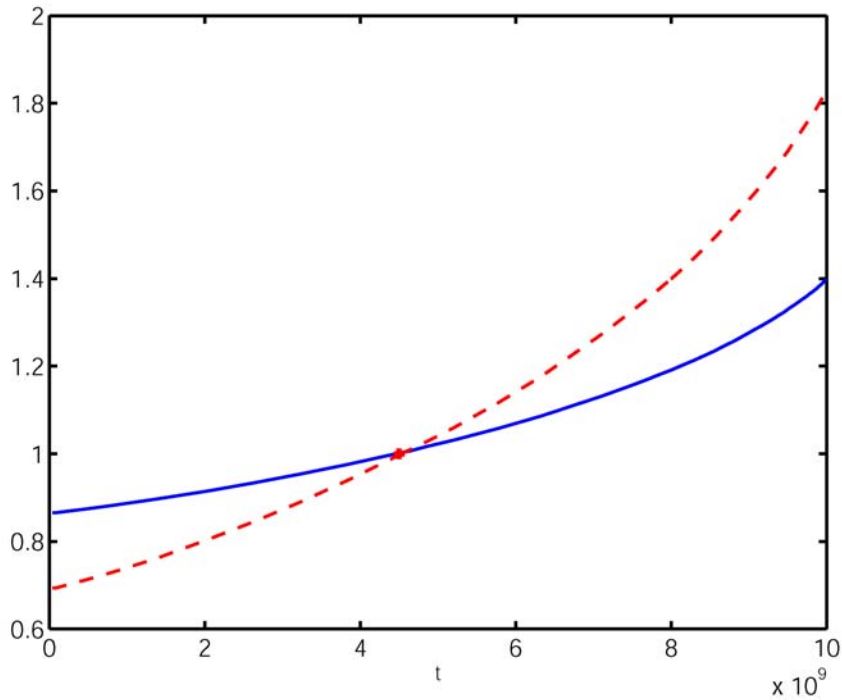


Рисунок 1. Изменение относительного радиуса R/R_c (сплошная кривая) и относительной светимости L/L_c (штриховая кривая) Солнца за время его эволюции (R_c, L_c - радиус и светимость в настоящее время). По оси X отложено время жизни Солнца в годах. Настоящее время $t_n = 4.5 \times 10^9$ лет.

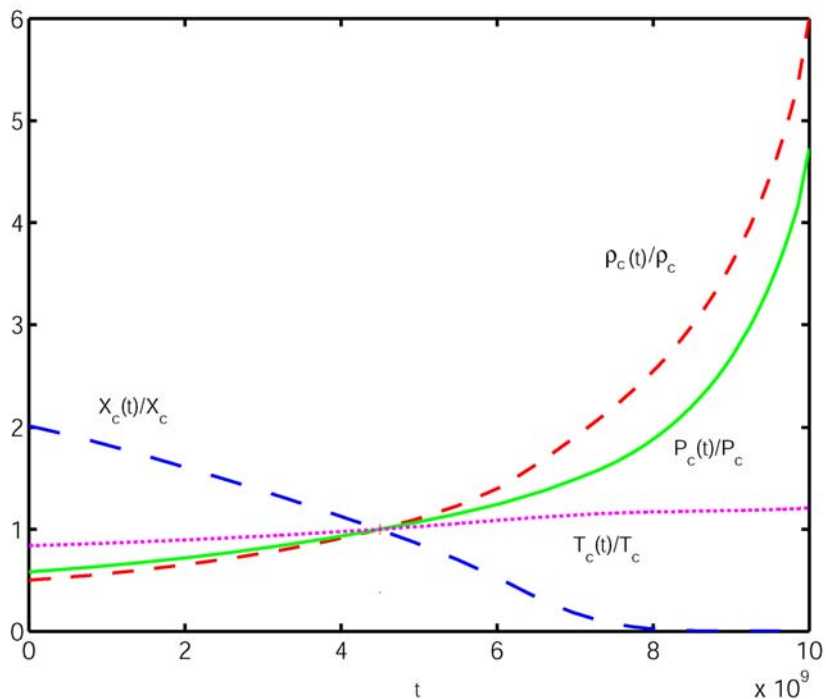


Рисунок 2. Изменение центральных характеристик Солнца от времени. Синяя кривая (длинные штрихи) – относительное изменение центрального содержания водорода.

Красная кривая (короткие штрихи) – относительное изменение центральной плотности.
Зеленая кривая (сплошная) – относительное изменение центрального давления.
Фиолетовая кривая (точки) – относительное изменение центральной температуры. Все значения даны по отношению к настоящему времени ($t_{\text{н}} = 4.5 \cdot 10^9$ лет). По оси X - время жизни Солнца в годах.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Bahcall J. N., Pinsonneault M. H., Basu S. Solar Models: Current Epoch and Time Dependences, Neutrinos, and Helioseismological Properties// *Ap.J.* 2001. V. 555.P. 990-1012.
2. Böhm-Vitense E. Über die Wasserstoffkonvektionszone in Sternen verschiedener und Effektivtemperaturen und Leuchtkräfte// *Zeit. f. Astrophys.*, 1958.V. 46, P. 108-143.
3. Christensen-Dalsgaard J., Gough D.O., Thompson M.J. The depth of the solar convection zone // *Ap.J.*, 1991, V.378. P.413-437.
4. Cohen E. R., Taylor B. N. The 1986 Adjustments of the Fundamental Physical Constants// *Codata Bulletin*, 1986, No. 63, (New York: Pergamon Press).
5. Cox A.N., Stewart J.N. Radiative and Conductive Opacities for Twenty Three Stellar Mixtures// *Nauchnye Informatsii*, 1969, V. 15, P.1-103.
6. Cox J.P., Giuli R.T. Principles of Stellar Structure. New York: Gordon and Breach, 1968.
7. Demarque P., Christensen-Dalsgaard J., Guenther D.B. GONG Solar Model Workshop, Yale Center for Solar and Space Research, May 27-29, 1987 //Comments on Astrophys. 1988, V. 12, P.157-163.
8. Gough D.O., Kosovichev A.G., Toomre J., et al. The seismic structure of the Sun// *Science*, 1996,V. 272, P. 1296-1300.
9. Grevesse N., Noels A. Cosmic abundances of the elements. Cambridge: Cambridge University Press, pp.15-25,1993.
10. Guenther D. B. Age of the Sun// *Ap. J.*, 1989,V. 339, P.1156-1159.
11. Guenther D. B., Demarque P., Kim Y.-C., and Pinsonneault M. H. Standard solar model // *ApJ*, 1992, V.387,P. 372-393.
12. Hickey J. R., Alton B. M. Status of solar measurements and data reduction for ERB-Nimbus 7// *Solar Irradiance Variations of Active Region Time Scales*, NASA Conference Publication 2310, ed. B. J. LaBonte G. A. Chapman H. S. Hudson and R. C. Wilson, 1984, P.43-58.
13. Leighton R. B., Noyes R. W., Simon, G. W. Velocity Fields in the Solar Atmosphere. I. Preliminary Report // *Ap.J.*, 1962,V.135,P.474L-499L.
14. Parker P. Thermonuclear Reactions in the Solar Interior. // *Physics of the Sun*, V. I, ed. P. A. Sturrock, New York: Reidel, 1986, P.15-32.
15. Pontecorvo B. // *Soviet Phys.-JETP*, 1968, V.26,P. 981.
16. Ulrich R. K., Rhodes E. J., Jr. Testing Solar Models with Global Solar Oscillations in the 5-minute Band// *Ap. J.*, 1983,V.265,P. 551-563.
17. Аллен К.У. Астрофизические величины. Мир, 1977.
18. Гинзбург В.Л, О некоторых успехах физики и астрономии за последние три года // *УФН*, 2002, Т.172,С. 213.
19. Ерошенко Ю.Н. Новости физики в сети Интернет// *УФН*, 2002, Т.172, С.700.
20. Зельдович Я.Б., Блинников С.И., Шакура Н.И. Физические основы строения и эволюции звезд. Москва: изд. МГУ, 1981. или электронная версия <http://www.astronet.ru:8101/db/msg/1175488>