

Частотно-временной анализ рядов солнечной активности

Кононович Э.В., Миронова И.В. (mir@sai.msu.ru), Батурин В.А.

Государственный астрономический институт им. П.К.Штернберга,
МГУ, Москва

1. Временная последовательность чисел Вольфа

Введение. Исследование временных последовательностей значений различных индексов солнечной активности с применением непрерывных вейвлет преобразований проводилось многими авторами. В работах *Ogurtsov and et. 2002, Li K. J.; Gao P. X.; Su T. W., 2005* (см. также приведенные в них ссылки) показано, что для анализа временных последовательностей чисел Вольфа, характеризующих количество солнечных пятен, в качестве базисного вейвлета с успехом можно использовать вейвлет Морлета. Хорошо известны основные периоды в области от 11 до 100 лет. Изучению более коротких периодов, также посвящено немало работ, см., например *Ballester and et. 1999, Prabhakaran Nayyar and et. 2002, Poliginakis and et. 2003*. Не слишком уверенно фиксируется множество коротких периодов, которые, возможно, являются гармониками 11 летнего цикла. В данной работе были поставлены три задачи: 1) изучить различные численные методы и сравнить их с методом вейвлет анализа; 2) выявить временную зависимость периодов; 3) уделить особое внимание коротким периодам.

Использованные данные. Были использованы ежедневные значения международных чисел солнечных пятен R_i (International Sunspot Numbers) по данным Международного центра индексов солнечных пятен в Брюсселе (*SIDC, RWC Belgium, World Data Center for the Sunspot Index, Royal Observatory of Belgium* <http://sidc.oma.be/index.php3>). Этот международный индекс вычисляется так, чтобы его можно было связать с традиционными цюрихскими числами пятен R_z т.е. числами Вольфа. Термины “числа Вольфа” и международные числа пятен R_i далее используются как синонимы. В данной работе рассмотрены ежедневные, среднемесячные и среднегодовые значения. Ежедневные данные имеются, начиная с 1818 года и доходят до мая 2005 г. Среднемесячные данные начинаются с мая 1749 г. и доходят до мая 2005 г., а среднегодовые данные можно считать достаточно хорошо известными с 1700 г. по 2004 г.

Определения и методы. Основным методом исследования временных рядов основан на преобразовании Фурье, которое имеет вид (см. например, *Оппенгейм, Шафер, 1979*):

$$\tilde{x}(\omega) = \int_{-\infty}^{\infty} x(t)e^{-i\omega t} dt,$$

где $x(t)$ - временной сигнал, ω - частота.

В результате такого преобразования вектор временного сигнала $x(t)$ представляется в различных ортогональных базисах.

Для получения распределения энергии по частотам обычно используют необратимое сжимающее отображение $\mathbf{R}^{2n} \rightarrow \mathbf{R}^n$, называемое периодограммой, и определяемое как

$P(\omega) = |\tilde{x}(\omega)|^2$. Свойства распределений такого рода в частотной области составляют основу спектрального анализа (функцию $P(\omega)$ или ее варианты принято называть спектром мощности Фурье или просто спектром мощности).

Этот метод выявляет периодические сигналы, подобные базисным гармоническим функциям. Однако анализ спектра мощности $P(\omega)$ оказывается недостаточным, если параметры сигнала (амплитуда, частота, фаза) меняются со временем.

Можно обобщить преобразование Фурье, используя другую систему базисных функций. Представляется перспективным применение вейвлет-преобразования, в котором базисные функции локализованы не только по частоте, но и во времени (см. теорию вейвлет-анализа *Добеши, 2001*). Вейвлет-спектр позволяет не только выявить определенный период в данной временной последовательности, но анализировать его изменение во времени. Существует также обобщение теории вейвлетов на непрерывные преобразования. Формально непрерывное вейвлет-преобразование определяется как:

$$W(a, \tau) = \frac{1}{a^{1/2}} \int_{-\infty}^{\infty} x(t) \psi^* \left(\frac{t - \tau}{a} \right) dt,$$

где ψ - материнский вейвлет, * - означает комплексно сопряженное значение, a - параметр масштаба, τ - параметр сдвига. Таким образом, преобразованный сигнал $W(a, \tau)$ есть функция двух переменных - временного сдвига τ и масштаба a . Для каждого масштаба можно ввести характерную частоту вейвлета, и тем самым, одновременно получить распределение энергии в зависимости от сдвига как времени, так и частоты. Используется также интегральный вейвлет-спектр (global wavelet spectrum - сумма модулей вейвлет коэффициентов с данным периодом по всем моментам времени). То есть

$$P_w(a) = \int |W(a, \tau)| d\tau$$

В данной работе был использован непрерывный вейвлет-анализ с базисным вейвлетом $\psi(t, a)$ в виде комплексной функции Морле. Было исследовано несколько вариантов выбора параметров вейвлета и в результате принята полоса пропускания $F_b=12$ и центральная частота $F_c=1$.

Для анализа повторяющихся сигналов (подобных эхо) в последнее время широко используется специальное нелинейное преобразование, получившее название кепстр (cepstrum). Оно определяется как обратное преобразование Фурье от логарифма преобразования Фурье сигнала.

$$C_x(t) = \frac{1}{2\pi} \int_{-\pi}^{\pi} \log(|\tilde{x}(w)|) e^{jw t} dw.$$

По своей природе, такое преобразование похоже на корреляционную функцию: если не учитывать логарифм под знаком интеграла, то полученное двойное преобразование Фурье приводит к автокорреляционной функции. Такая функция имеет максимумы при тех значениях времени, в которые сигнал повторяется «самоподобным» образом. Логарифмирование делает функцию менее чувствительной к форме «оригинального» сигнала.

Результаты. На рис.1 представлены две масштабированные функции (для удобства изображенные на одном графике): спектр мощности Фурье и интегральный вейвлет-спектр. Сравнение результатов применения обоих методов показывает существенное их различие. На обеих кривых хорошо виден 11-летний пик, который для спектра мощности Фурье является очень сложным. Имеет смысл только огибающая этого пика, в то время как на

графике интегрального вейвлет-спектра эта огибающая спектра как бы уже видна. Столетний цикл практически выявляется только на интегральном вейвлет-спектре. На этом графике также присутствует ряд периодов, которые, возможно, являются гармониками столетнего периода.

На рис.2 интегральный вейвлет спектр представлен в логарифмических координатах, что нагляднее выделяет отдельные пики периодов. «Гребенка» пиков в интервале периодов от 10.8 до 102.8 лет, по-видимому, принадлежит гармоникам основного столетнего периода (периоды: 20.9; 28.4 40.9 54.3 71.;8 гг.). Представление в этих же координатах Фурье спектра мощности не содержит никаких заметных пиков, кроме 11 - летнего.

На рис.3 сверху показаны среднегодовые числа солнечных пятен (R_i) с 1700 по 2004 гг., а внизу – модуль его вейвлет преобразования (т. е. спектральная плотность сигнала). На нижнем рисунке по оси Y отложены периоды в годах, а по оси X время в датах (годах). Чем цвет ближе к красной области спектра, тем больше амплитуда. На рисунке явно выделяются три периода: одиннадцатилетний, пятидесятилетний и столетний. На рисунке 4 показаны в увеличенном масштабе участки от рисунка 3. Две ярких широких полосы сверху – это 100 - и 50 - летние циклы. Видно, что к настоящей эпохе 50-летний цикл сильно ослабел и почти исчез.

Хорошо известно, что длительность основного 11-летнего цикла зависит от времени. Вид этой зависимости наглядно представляется цветной картой модулей вейвлет коэффициентов.

На среднем рисунке 4 хорошо разрешается структура одиннадцатилетнего цикла и прекрасно видно изменение периода со временем. Вейвлет-анализ показывает, что 11 летний цикл имеет по крайней мере три временных интервала, соответствующих разным периодам. Как видно на рис. 4 и 5 начиная с 1700 по 1799 г. период в среднем был 9.4 года. Далее как образно замечено в работе *Frick. P., (1997)*, «около 1800 г. Солнце попыталось организовать новый глобальный минимум подобный минимуму Маундера». После этого следующие 100 лет период был 11.2 года, в начале 20 века опять наблюдается некоторый сбой в работе Солнца, после чего период становится 10.5 лет.

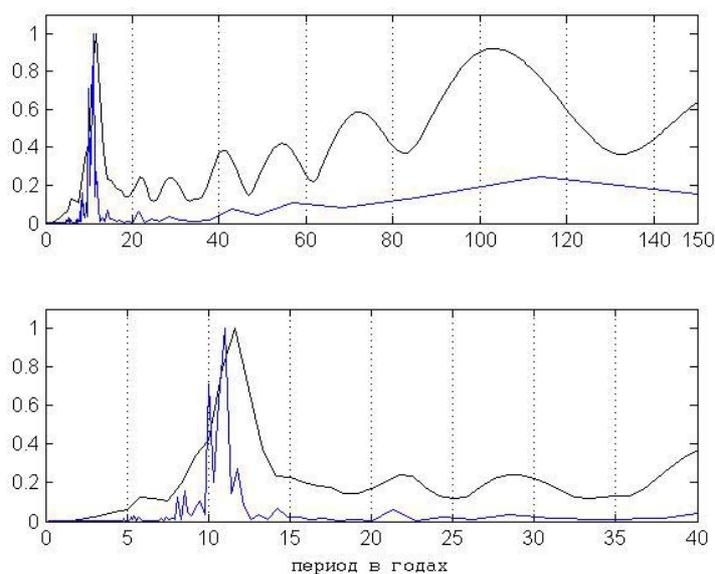


Рисунок 1. Сравнение спектра мощности Фурье (синяя кривая) с интегральным вейвлет спектром (черная кривая) среднегодовых значений чисел Вольфа для интервала времени с января 1749 по май 2005 гг.

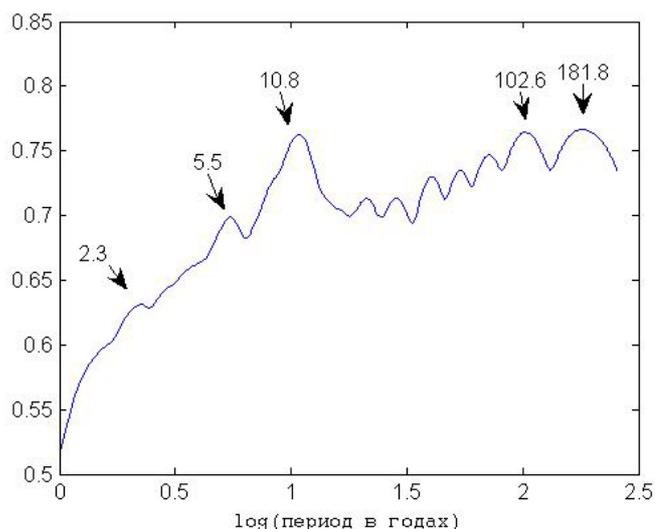


Рисунок 2 Логарифм интегрального вейвлет спектра для среднемесячных значений R_i (данные с января 1749 по май 2005 гг.). Цифры над стрелками – периоды в годах.

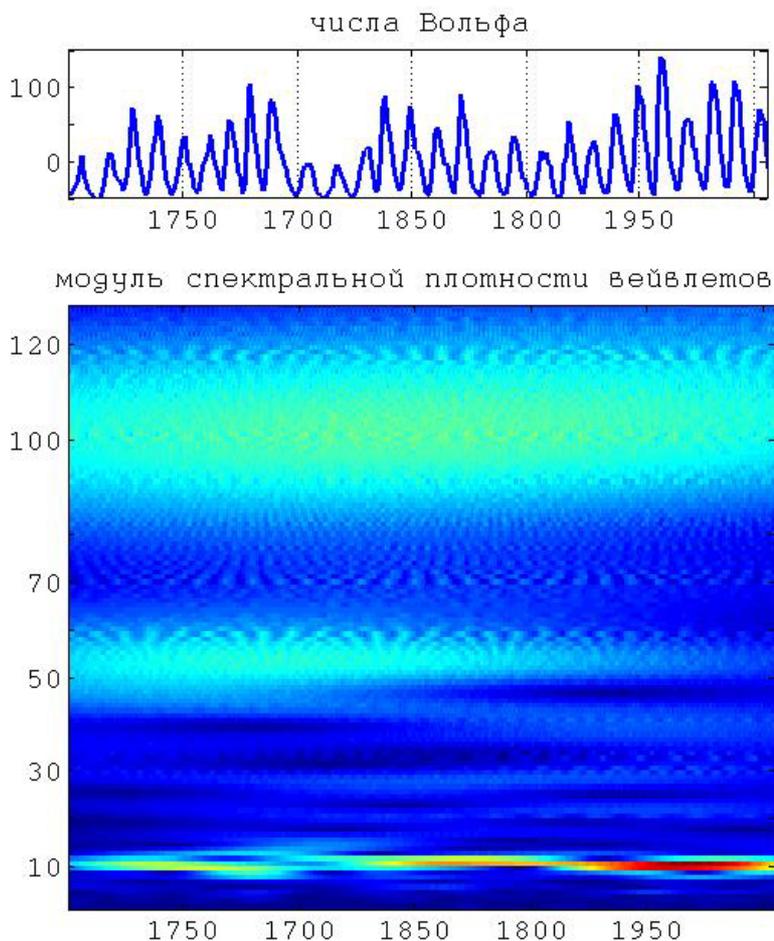


Рисунок 3. Периоды солнечной активности в вейвлет представлении. На верхнем рисунке среднегодовые числа Вольфа. На нижнем рисунке - модуль вейвлет преобразования (распределение спектральной плотности). По оси X отложено время в датах (годах), по оси Y - периоды в годах.

Одной из поставленных задач был поиск квазидвухлетних колебаний в ряде R_i . На нижнем рисунке 4, а также на рис. 6 представлен квазидвухлетний цикл. Сразу видно, что квазидвухлетние колебания наблюдаются нерегулярно. На нижнем рис.4 и на рис.6 выделяются пять (или шесть) временных интервалов присутствия этого периода.

Наблюдаемый период очень размыт, практически мы видим полосу от 1.5 лет до 3 лет плавно переходящую затем в область 5 лет. Эпохи присутствия колебаний перемежаются с полным их отсутствием, причем промежутки достигают нескольких одиннадцатилетних циклов. Однако слабое присутствие периода именно на 2-х годах заметно на боковом графике рис.6 изображающем интегральный вейвлет спектр (сумма модулей вейвлет коэффициентов по оси X). Анализ фазы двухлетнего периода показал, что от интервала к интервалу фаза сигнала не сохраняется. В целом следует признать, что этот период очень нерегулярный, однако в последние десятилетия, начиная примерно с 1960 г. квазидвухлетний период присутствует, о чем подробнее сказано в части 2 настоящей работы.

Более пристальное внимание было обращено на наличие и изучение 27- дневного периода, связанного с вращением находящихся на Солнце активных областей. По ежедневным солнечным данным был выделен участок вейвлет спектра, где можно видеть 27-дневный период (см. рис.7).

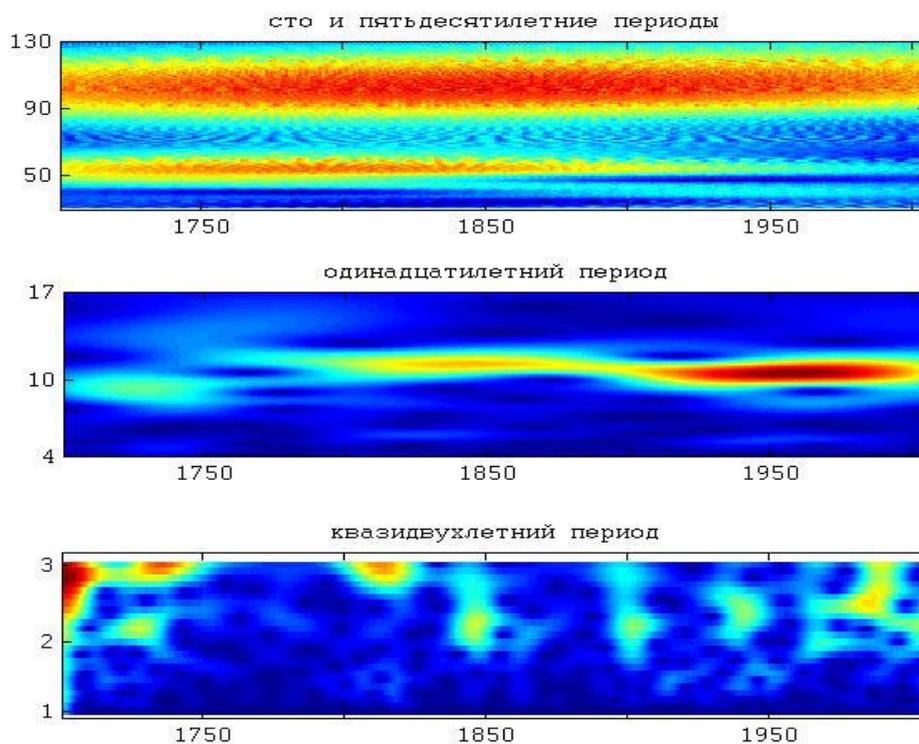


Рисунок 4. Периоды солнечной активности в вейвлет разложении. Модуль вейвлет преобразования (распределение спектральной плотности), по оси X отложено время в годах по датам, по оси Y - периоды в годах. На рисунке показаны участки распределения для выделенных периодов. Две яркие широкие полосы на верхнем рисунке – это периоды 100- и 50-лет. На среднем рисунке - одиннадцатилетний период. На нижнем рисунке – квазидвухлетний период

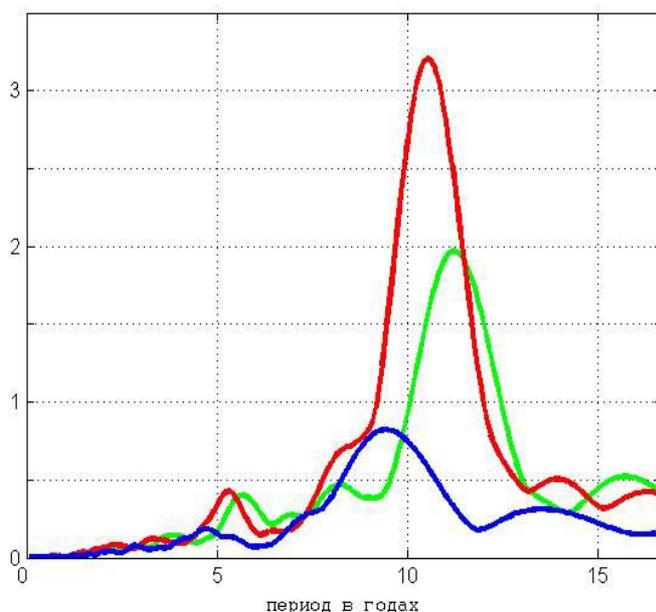


Рисунок 5. Изменение периода “одиннадцатилетнего” цикла со временем. Кривые соответствуют вейвлет спектрам за последовательные интервалы времени. Синяя кривая 1749-1800 гг., период – 9.4 года. Зеленая кривая 1800-1900 гг., период 11.2 года. Красная кривая 1900-2005 гг., период – 10.5 лет.

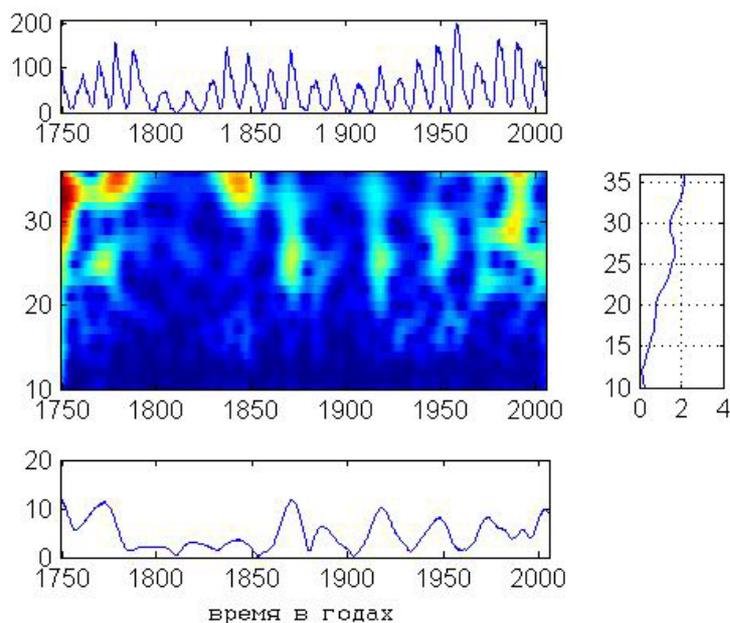


Рисунок 6. “Квазидвухлетний” период в вейвлет разложении. По оси X время, по оси Y периоды в месяцах. Верхний рисунок - ряд среднемесячных R_i , средний рисунок - модуль вейвлет преобразования, нижний рисунок модули вейвлет коэффициентов на выделенной шкале, которая соответствует периоду в два года, рисунок сбоку -интегральный вейвлет спектр (с 1749 по 2005 гг.) для периодов от 10 до 35 месяцев. “Квазидвухлетние” периоды видны только в некоторых максимумах активности.

Очень наглядно видно присутствие 27 - дневного периода только в максимуме 11 летних циклов, что неудивительно, так как он связан с вращением Солнца. Также видно, что это набор периодов от 20 до 40 дней, что частично связано с дифференциальным вращением Солнца. На рис.8 проведено сравнение различных численных методов для 27 дневного периода (Фурье спектр, спектр вейвлет и кепстр). Интересно, что только при использовании кепстр анализа на последнем нижнем рисунке виден повтор 27 дневного пика на 56 днях, что отражает возврат активных областей через один оборот.

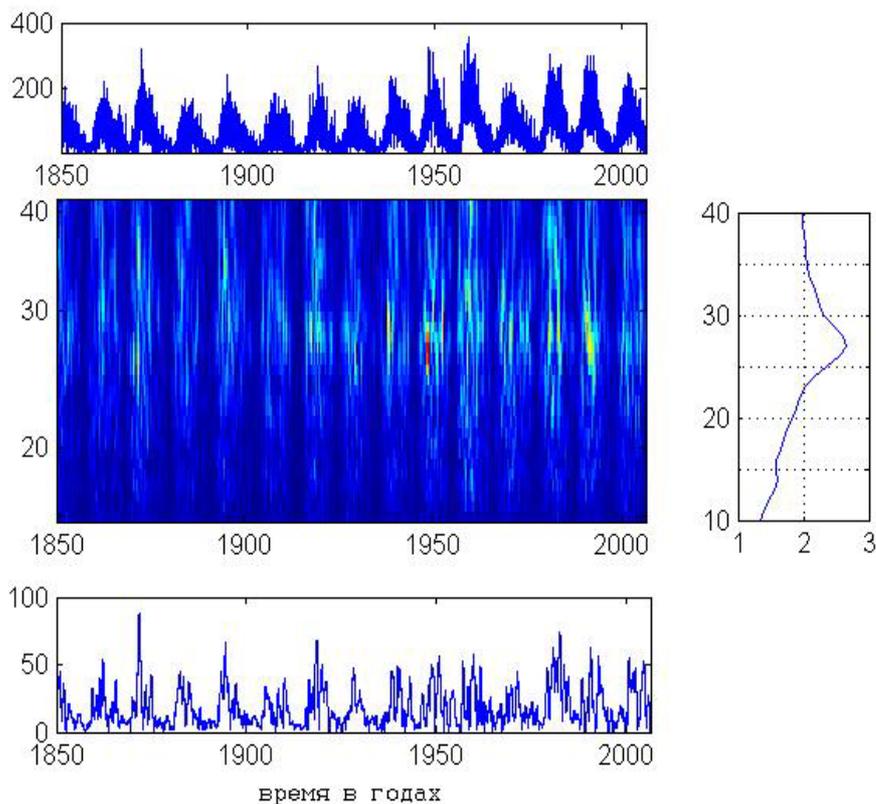


Рисунок 7. 27-дневный период в вейвлет разложении. На верхнем рисунке ежедневные R_i . На среднем рисунке – модуль вейвлет преобразования. На нижнем рисунке - модули вейвлет коэффициентов на выделенной шкале, которая соответствует периоду в 27 дней, сбоку - интегральный вейвлет спектр (с 1849 по 2005 гг.) для периодов от 10 до 40 дней.

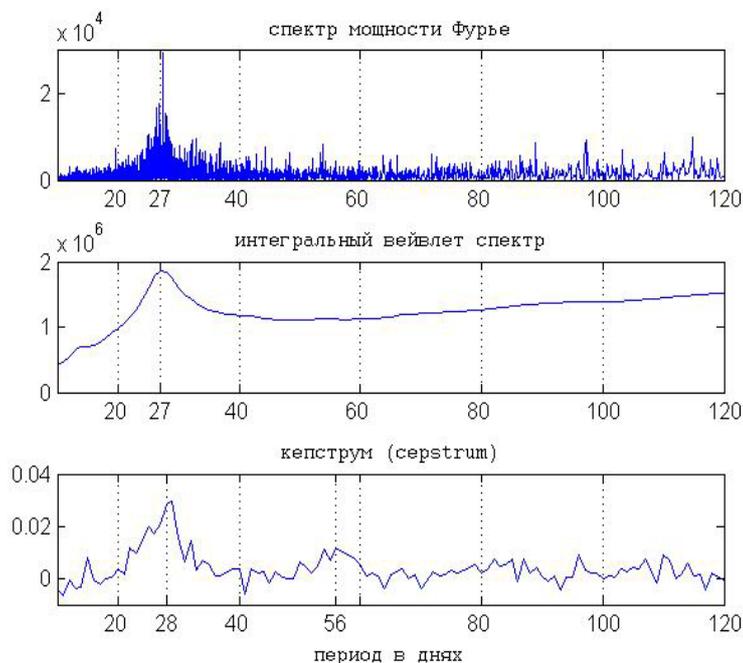


Рисунок 8. 27- дневной период. Верхний рисунок - спектр мощности Фурье. Средний рисунок - интегральный вейвлет спектр. Нижний рисунок - кепстр (cepstrum).

Заключение: Для анализа сложных (нестационарных) временных рядов необходимо использовать весь комплекс современных методов обработки. На наш взгляд

метод непрерывного вейвлет анализа чрезвычайно нагляден и позволяет избежать многих споров, что очень хорошо иллюстрируется изучением квазидвухлетнего цикла.

Метод непрерывного вейвлет анализа позволил нам сделать следующие заключения: хорошо выделяется три периода в одиннадцатилетнем цикле: 1749-1800 гг., период – 9.4 года, 1800-1900 гг., период 11.2 года, 1900-2005 гг., период – 10.5 лет. Квазидвухлетний цикл присутствует далеко не всегда, периоды его отсутствия достигают нескольких одиннадцатилетних циклов, однако начиная примерно с 1960 г. можно говорить о его постоянном присутствии. 27-дневный цикл (достаточно размазанный) хорошо наблюдается в годы максимумов на всем протяжении наблюдений, причем его наличие подтверждено тремя разными численными методами: Фурье анализом, вейвлет анализом и кепстр анализом. Последний метод позволяет даже выявить 56-дневный период (т.е. проследить возврат активных областей через оборот). Вейвлет анализ не выявил ничего интересного в 100 летнем цикле, в то время как 50 летний цикл показывает затухание примерно с конца девятнадцатого века и до настоящего времени.

2. Сравнение ряда чисел Вольфа и ряда данных солнечной постоянной для периода 01.01.1979 -10.06.2004 гг.

Исследовано присутствие возможных периодов в ежедневных данных солнечной постоянной (СП) и проведено их сравнение с периодами, обнаруженными в ежедневных числах Вольфа за то же время. Как и в первой части настоящей работы, периоды изучались в основном методом непрерывного вейвлет анализа. Изучение периодичности СП методом вейвлет анализа проводилось в частности в работе *Willson, R. & Mordvinov, A. V. 1999 г.*, где авторы указывают на наличие 27 дневного периода в ежедневных СП, связанного с активными областями.

Сравнение проводилось для коротких массивов данных (по сравнению с общей длиной множества чисел Вольфа) за период времени около 25 лет с 01.01.1979 г. по 10.06.2004 г., длина изучаемых массивов определяется длиной доступных данных о СП. В частности велся поиск 27 дневного периода в значениях СП, а также других коротких периодов.

Данные. Данные по СП были взяты с сайта World Radiation Center (<http://www.pmodwrc.ch/>). Ряд данных представляет собой объединение наблюдений с нескольких солнечных спутников с калибровкой на одинаковую шкалу. В исходных квазиежедневных данных, пропуски были заполнены линейной интерполяцией между соседними точками. Если на день приходилось несколько значений, то бралось среднее из них. В результате был получен равномерный ежедневный ряд значений СП. Описание данных по международным числам солнечных пятен (числам Вольфа) дано в части первой настоящей статьи.

Результаты. На рис.9 приведено сравнение результатов вейвлет анализа для ежедневных данных СП и чисел Вольфа. Метод непрерывного вейвлет преобразования использован тот же, что и описанный в первой части. В части первой мы показали наличие 27-дневного периода для длинного ряда чисел Вольфа. Из анализа рисунка 9 ясно, что если в числах Вольфа периодичность около 27 дней отчетливо прослеживается, то для солнечной постоянной это не так. В их спектре виден почти непрерывный набор периодов, которые начинаются с 15 дней и простирается до 60 дней в годы максимумов (в годы минимумов этой периодичности нет ни в том, ни в другом случае). Для сравнения на рис.10 приведены Фурье спектры этих двух массивов. Огибающая для чисел Вольфа соответствует периоду 27 дней, однако единственный пик в спектре мощности СП около 30 дней вряд ли позволяет констатировать наличие этого периода. Рисунок приведен для

сравнения методов и на наш взгляд хорошо иллюстрирует преимущества непрерывного вейвлет анализа.

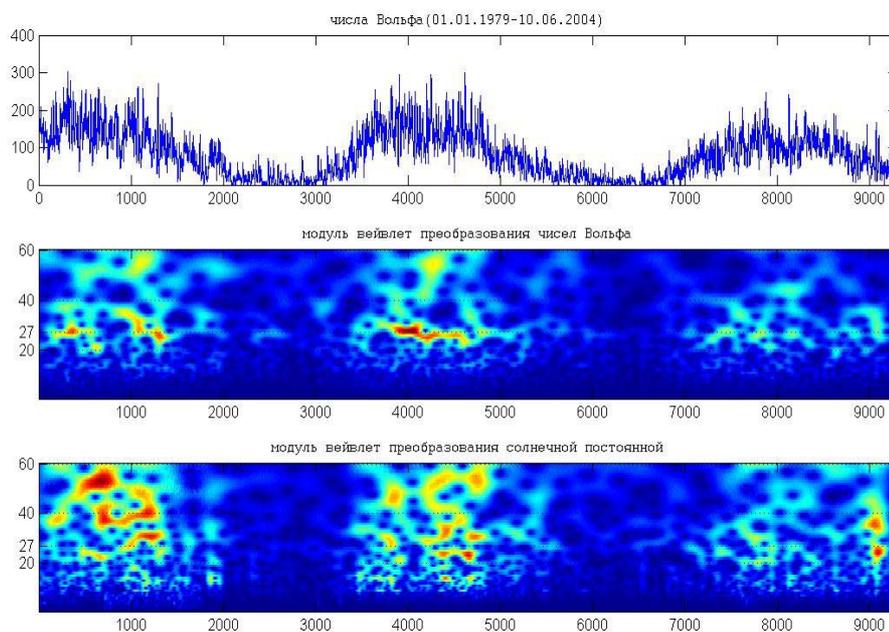


Рисунок 9. 27-дневный период солнечной активности в вейвлет разложении в числах Вольфа и в значениях солнечной постоянной. На верхнем рисунке ежедневные числа Вольфа. На двух нижних рисунках - модуль вейвлет преобразования, по оси X отложено время в днях за период 01.01.1979-10.06.2004 гг., по оси Y - периоды в днях. Средний рисунок – для чисел Вольфа, нижний – для солнечной постоянной

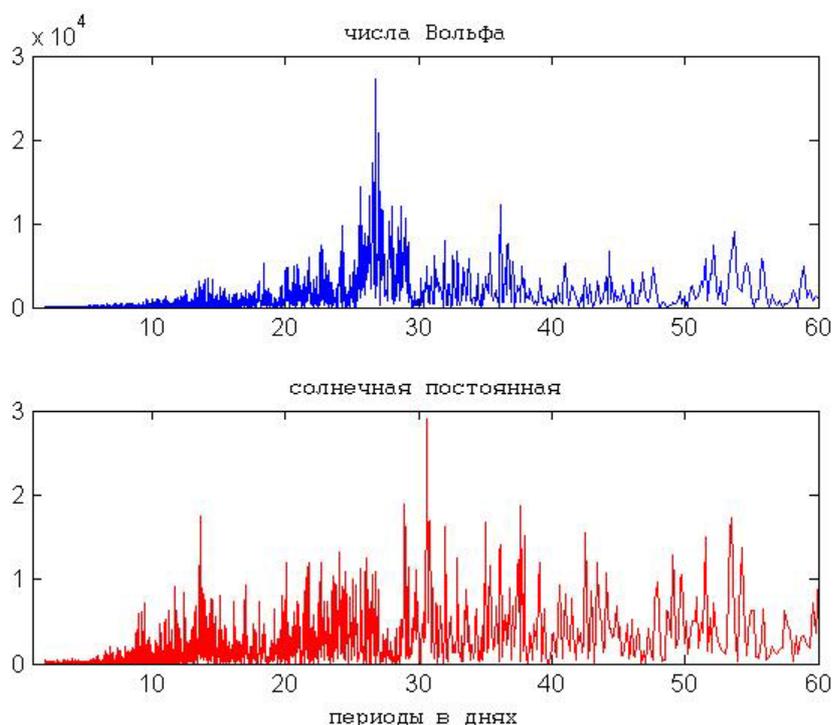


Рисунок 10. 27- дневной период. Верхний рисунок - спектр мощности Фурье для относительно числа солнечных пятен. Нижний рисунок - для солнечной постоянной.

В обоих рядах изучалось наличие других периодов и в частности совпадения периодов в числах Вольфа и в СП. На рис.11 и 12 представлено такое сравнение. На рис.11 представлены вейвлет модули для этих рядов. Хорошо видно наличие периода

в районе одного года на обоих рисунках. На рисунке для СП явно различима зависимость периода от времени, его возрастание от почти 0.8 г. в 1979-1985 гг. до 1.2 г. в 2000 гг. Для чисел Вольфа такого тренда не видно. На обоих графиках есть полоса в районе 2-х летнего периода, эта полоса сравнительно гораздо более слабая у СП чем у чисел Вольфа. На рис.12, где приведен интегральный вейвлет спектр, одногодичный пик выделяется для обоих рядов (1.07 г. для СП и 1.09 г. для чисел Вольфа). Также выделяется и там и там пик 1.8 г (квазидвухлетний). Поведение периодов в районе 27 дней описано выше (т.е. этот период есть в числах Вольфа и он очень размытый в СП). Следует отметить также пик в 155 дней, фиксируемый многими исследователями в числах Вольфа (не наблюдается в СП).

На рис.13 приведен результат кепстр - анализа, описанного в первой части для чисел Вольфа и для солнечной постоянной. В отличие от кепстра для полного ряда чисел Вольфа на рис.8, периодичность около 27 дней проявляется значительно слабее, а для вариаций солнечной постоянной практически отсутствует. Это можно интерпретировать как отсутствие повторяемости (эхо сигнала) в вариациях солнечной постоянной при повторных прохождениях пятна по видимой части диска Солнца.

Заключение. Сравнительный анализ ежедневных данных по СП и числам Вольфа не выявил 27-дневной периодичности в СП. Наличие пиков различной периодичности от 15 до 60 дней в СП в годы максимумов говорит о влиянии активных областей на СП, однако это влияние не распространяется на несколько оборотов, так что невозможно зафиксировать повторное проявление одной и той же области (в то время как в числах Вольфа оно есть). Уверенно фиксируется период в 1.07 – 1.09 лет для СП и для чисел Вольфа.

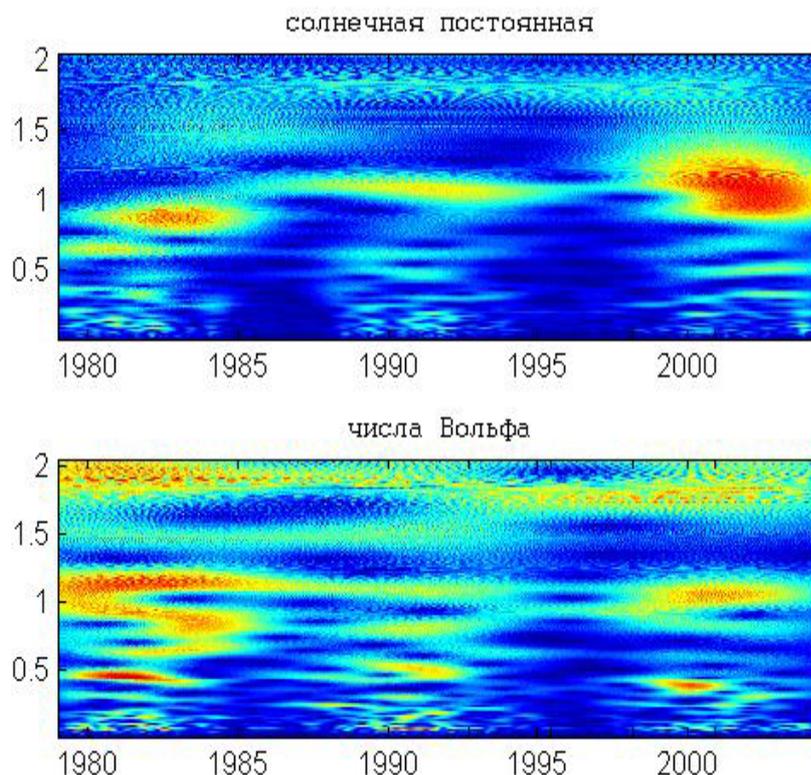


Рисунок 11. Сравнение годовых периодов в солнечной постоянной и в числах Вольфа. На рис. представлен модуль вейвлет преобразования для ежедневных значений данных. По оси X дни от 01.01.1979 до 10.06.2004 гг.. По оси Y периоды в годах.

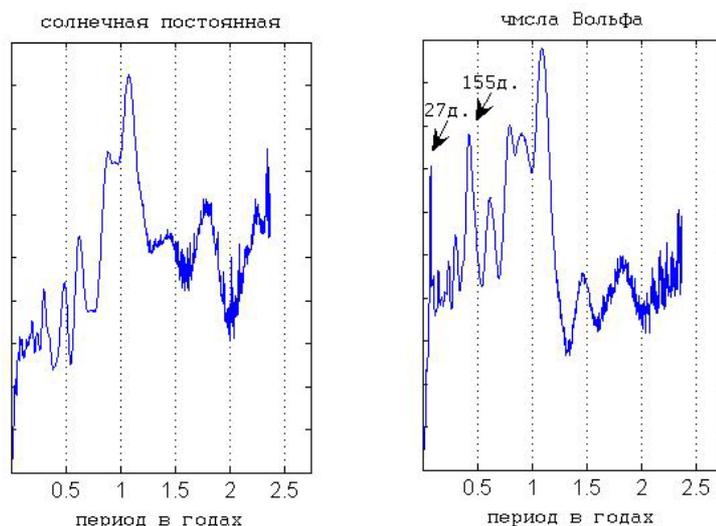


Рисунок 12. Сравнение периодов для солнечной постоянной и для чисел Вольфа. На рис. представлен интегральный вейвлет спектр. Исследованы ряды ежедневных данных для времени от 01.01.1979 до 10.06.2004 гг. Максимумы приходятся на 1.09 лет для чисел Вольфа и на 1.07 лет для СП.

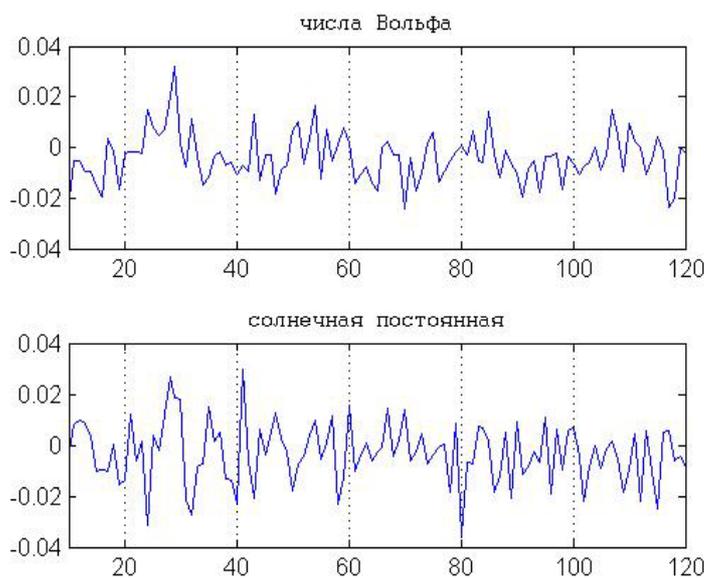


Рисунок 13.- Кепстр (cepstrum) для чисел Вольфа и для солнечной постоянной от 01.01.1979 до 10.06.2004 гг. По оси X периоды.

Литература

1. Ballester, J.L., Oliverr, R., Baudin F. Discovery of the Near 158 Day Periodicity in Group Sunspot Numbers during the Eighteenth Century// *Ap.J.*, 1999, V.522, P.2.
2. Frick. P., Galyagin D., Hoyt D., Nesme-Ribes E., Shatten K., Sokoloff D., Zakharov V. Wavelet analysis of solar activity recorded by sunspot groups// *Astronomy and Astrophysics*, 1997, V.328, P.670.
3. Li, K. J.; Gao, P. X.; Su, T. W. The Schwabe and Gleissberg Periods in the Wolf Sunspot Numbers and the Group Sunspot Numbers// 2005, *SoPh*, V.229, P.181L .
4. Ogurtsov M. G.; Nagovitsyn Yu. A.; Kocharov G. E.; Jungner H. Long-Period Cycles of the Sun's Activity Recorded in Direct Solar Data and Proxies// *Solar Physics*. 2002, V. 211, 1. P.371.

5. Poligiannakis J., Preka-Papadema P. and Moussas. On signal noise decomposition of time-series using the continuous wavelet transform: application to sunspot index// MNRAS, 2003, V.343,725,&

6. Prabhakaran Nayar S. R., Radhika V. N., Revathy K. and Ramadas V. Wavelet Analysis of Solar, Solar Wind and Geomagnetic Parameters.// Solar Physics. 2002, V. 208, P.359.

7. Willson, Richard C.; Mordvinov, Alexander V. Time-frequency analysis of total solar irradiance variations// Geophys Research Letters. 1999, V. 26, I 24, P. 3613.

8. Добеши И., Десять лекций по вейвлетам (Москва: изд. РХД), 2001.

9. Фоменко А.Т., Симплектическая геометрия. (Москва: изд. МГУ), 1988.

10.Оппенгейм, А.В., Шафер, Р.В., Цифровая обработка сигналов, (Москва: изд. Связь), 1979